

# MATEMATIKA

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a

képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségeihez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematika-tanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős,

Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Intézményünk matematika helyi tanterve az EMMI kerettanterv 51/2012. (XII. 21.) EMMI rendelet (1., 2. és 3. sz. melléklet 3.2.04) követelményeinek figyelembe vételével készült.

# Általános iskola 1-4. évfolyama

Az iskoláztatás kezdő szakaszában a matematikatanulás-tanítás célja, hogy formálódjon és gazdagodjon a gyermekek személyisége és gondolkodása. Az életkori sajátosságoknak megfelelően játékos tevékenységekkel, a fokozatosság elvének betartásával és a tapasztalatokon alapuló megismerési módszerek alkalmazásával jutunk közelebb a matematika tudományának megismeréséhez. Ezért a manuális, tárgyi tevékenységek szükségesek a fogalmak kellően változatos, gazdag, konkrét tartalmának megismeréséhez.

Alapvető fontosságú a tapasztalatszerzéssel megérlelt fogalmak alapozása, alakítása, egyes matematikai tartalmak értő ismerete, a helyes szövegértelmezés és a matematikai szaknyelv használatának előkészítése, egyes fogalmak pontos használata. A tanulók aktív cselekvő tevékenységén keresztül erősödik az akarati, érzelmi önkifejező képességük, kommunikációjuk, együttműködési készségük, önismeretük. A sokszorosan (tévedésekkel és korrekcióval) bejárt utak nélkül nincs mód az önálló ismeretszerzés megtanulására. A gyerekek tempójának megfelelően haladva, az alaposabb, mélyebb tudás kiépítésére helyezzük a hangsúlyt. Apró lépésekkel, spirális felépítésben dolgozzuk fel a tananyagot.

Fontos, hogy biztosított legyen a gyerekek számára az alkotás lehetősége, melyben megnyilvánulhat kreativitásuk, fejlődhet kezdeményező és problémamegoldó képességük. Ez lehet az alapja a konstruktív gondolkodásuk kialakulásának, valamint ennek során a tanulók felkészülnek az önálló ismeretszerzésre, az örömet nyújtó egész életen át tartó tanulásra. Ebben a korban a képességfejlesztésnek, a kreatív és kritikai gondolkodás kialakításának van kiemelt szerepe. Ez a szakasz a tanulói kíváncsiságra és érdeklődésre épít, és ezáltal fejleszti a tanulók megismerési és gondolkodási képességét. Az önellenőrzés képességének fejlesztésével további felfedezésre, kutatásra ösztönöz. Amennyiben az iskola lehetőségei engedik, a tanórákat oktató, ismeretterjesztő és fejlesztő számítógépes programokkal tesszük változatosabbá.

Az alsó tagozatos matematikaoktatás fontos feladata:

- felfedeztetni a matematika és a valóság elemi kapcsolatát;
- kialakítani a helyes tanulási szokásokat, az önálló ismeretszerzés képességét az alapvető ismeretek közös, de egyre önállóbb feldolgozásával és alkalmazásával;
- fejleszteni a problémafelismerő és problémamegoldó, alkotó gondolkodásmódot;
- biztos szám- és műveletfogalmat kialakítani;
- fejleszteni a számolási készséget;

### *Az értékelés elvei és eszközei*

A tanév során az értékelés alapja a tanulók állandó megfigyelése. A **folyamatos, fejlesztő célzatú szóbeli értékelés** visszajelzést ad a tanuló számára munkájának eredményességéről, rendszeres tanulásra ösztönöz.

A **tanév eleji diagnosztikus felmérés** segíti a tanítót a tanulók előzetes ismereteinek feltérképezésében, útmutatást ad a tanulócsoportha szabott tanítási módszerek, eljárások kiválasztásában.

**Témákat lezáró írásbeli felmérések** tájékoztatják a tanítót, a tanulót és a szülőt a tanuló teljesítményéről a helyi tantervben rögzített követelményekhez viszonyítva.

A **tanév végi felmérés** megmutatja az adott évfolyamon elsajátított ismeretek mennyiségét és minőségét.

Az értékelés kiemelt szempontjai:

- a tanulók önmagukhoz mért fejlődése,
- az alapvető készségek, képességek fejlettségi szintje,
- tárgyi tevékenységben való jártasság,
- tanult műveletek értelmezése,
- a tanult számolási eljárások ismerete és alkalmazása.

	<b>A tantárgy heti óraszám</b>	<b>A tantárgy éves óraszám</b>
<b>1. évfolyam</b>	4	144
<b>2. évfolyam</b>	4	144
<b>3. évfolyam</b>	4	144
<b>4. évfolyam</b>	4	144

# 1. osztály

**Időkeret:** 144óra/év (4 óra/hét)

Fejezetek	Az új tananyag feldolgozásának óraszám	A gyakorlás óraszám (szabadon felhasználható 10%)	Ismétlés, számonkérés, óraszám
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	folyamatos		
2. Számelmélet, algebra	75	14	6
3. Függvények, az analízis elemei	17		3
4. Geometria, mérések	22		3
5. Statisztika, valószínűség	4		

## 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:

- Egyszerű matematikai szakkifejezések, jelölések megismertetése.
- Az összehasonlítás képességének fejlesztése.
- Tárgyak, személyek, dolgok jellemzése egy-két tulajdonsággal.
- Halmazszemlélet megalapozása.
- Gondolatok, megfigyelések többféle módon történő kifejezése.

<b>Előzetes tudás</b>	Tárgyak, személyek, dolgok csoportosítása. Irányok (lent, fent, jobbra, balra) ismerete. Egyszerű utasítások megértése, annak megfelelő tevékenység. A feladat gondolati úton való megoldásának képessége (helykeresés, párválasztás, eszközválasztás). Tevékenységekben (rajzaiban) újszerű ötletek, kreativitás, fantázia megjelenése.
-----------------------	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Tárgyak, személyek, dolgok összehasonlítása, válogatása, rendezése, csoportosítása, halmazok képzése közös	Összességek alkotása adott feltétel szerint, halmazalkotás.	<i>Környezetismeret:</i> tárgyak, élőlények összehasonlítása, csoportosítása különböző tulajdonságok alapján, pl.

tulajdonságok alapján.	Személyekkel vagy tárgyakkal kapcsolatos jellemzők azonosítása, összegyűjtése, csoportosítása pl. interaktív tábla segítségével.	élőhely, táplálkozási mód stb.
Állítások igazságtartalmának eldöntése.  Több, kevesebb, ugyanannyi szavak értő ismerete, használata.  Egyszerű matematikai szakkifejezések és jelölések bevezetése a fogalmak megnevezésére.	Relációszőkincs: kisebb, nagyobb, egyenlő.  Jelrendszer ismerete és használata (=, <, >).  Lehetőség szerint számítógépes, interaktív táblához kapcsolódó oktatóprogramok alkalmazása.	<i>Környezetismeret:</i> természeti jelenségekről tett igaz-hamis állítások.
Halmazok számossága.  Halmazok összehasonlítása. Megállapítások: mennyivel több, mennyivel kevesebb elemet tartalmaz.  Csoportosítások.	Igaz – hamis állítások megfogalmazása.  Összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés.  Mennyiségi kapcsolatok felfedezése, a változások követése.  Tantárgyi oktató- és ismeretterjesztő programok futtatása.	<i>Testnevelés és sport:</i> párok, csoportok alakítása.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szavak csoportosítása szótagszám szerint.
Néhány elem sorba rendezése próbálgatással. Tárgysorozatok, számsorozatok alkotása.	Finommotoros koordinációk: apró tárgyak (pl. pálcika, korong, termékek, logikai lapok) rakosgatása.	<i>Testnevelés és sport:</i> sorban állás különböző szempontok szerint.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Több, kevesebb, ugyanannyi, kisebb, nagyobb, egyenlő.	

## 2. Számelmélet, algebra

### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:

- Számlálás, számolási készség fejlesztése.
- A tartós figyelem fejlesztése.
- Kétváltozós műveletek értelmezésének tapasztalati előkészítése.
- Az összeadás, kivonás, bontás, pótlás fogalmának kialakítása, elmélyítése és a műveletek elvégzése az adott számkörben.
- A matematikai szaknyelv életkornak megfelelő használata.
- Elnevezések, jelölések használata, számolási eljárások alkalmazása.

<b>Előzetes tudás</b>	<p>Számolás szóban egyesével 10-ig. Személyek, dolgok számlálása tízig.</p> <p>Számok mutatása ujjaikkal.</p> <p>Elemi mennyiségi ismeretek: mennyiségek megkülönböztetése (nagyobb, kisebb, több, kevesebb, semmi).</p> <p>Párba rendeződés képessége (kettesével sorakozás), párok összeválogatása (cipők, kesztyűk).</p>
-----------------------	---

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Számolás 20-as számkörben.</p> <p>Számfogalom kialakítása 20-as számkörben. A valóság és a matematika elemi kapcsolatainak felismerése.</p> <p>Tárgyak megszámlálása egyesével, kettesével.</p> <p>Számok nevének sorolása növekvő és csökkenő sorrendben.</p>	<p>Számlálás, számolási készség fejlesztése.</p> <p>A szám- és műveletfogalom tapasztalati úton való alakítása.</p> <p>Számok közötti összefüggések felismerése, a műveletek értelmezése tárgyi tevékenységgel és szöveg alapján.</p> <p>A valóság és a matematika elemi kapcsolatainak felismerése.</p> <p>Tárgyak megszámlálása egyesével, kettesével.</p> <p>Analógiás gondolkodás alapozása.</p>	<p><i>Környezetismeret:</i> tapasztalatszerzés a közvetlen és tágabb környezetben, tárgyak megfigyelése, számlálása.</p> <p><i>Ének-zene:</i> ritmus, taps.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mesékben előforduló számok.</p> <p><i>Testnevelés és sport:</i> lépések, mozgások számlálása.</p>
<p>Számok írása, olvasása 20-ig.</p> <p>Számok képzése, bontása</p>	<p>Egyedi tapasztalatok értelmezése (pl. ujjszámolás).</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> számjegyek formázása gyurmából,</p>



helyi érték szerint.	<p>Számjelek használata.</p> <p>Jelek szerepe, írása, használata és értelmezése.</p> <p>A számok számjegyekkel történő helyes leírásának fejlesztése.</p>	<p>emlékezés tapintás alapján a számjegyek formájára.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> betűelemek írása.</p>
<p>Számok becslést és valóságot helye a számegegyenesen (egyes, tízes) számszomszédok.</p> <p>Számok nagyság szerinti összehasonlítása. Számok egymástól való távolsága a számegegyenesen.</p>	<p>Mennyiségek megfigyelése, összehasonlítása.</p> <p>A mennyiségi viszonyok jelölése nyíllal, relációjellel.</p> <p>A tájékozódást segítő viszonyok megismerése: között, mellett.</p> <p>Tájékozódás a tanuló saját testéhez képest (bal, jobb).</p> <p>Tájékozódás lehetőleg interaktív program használatával is.</p>	<p><i>Testnevelés és sport:</i> tanulók elhelyezkedése egymáshoz viszonyítva.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> tájékozódás a síkon ábrázolt térben.</p>
Számok tulajdonságai: páros, páratlan.	<p>Tulajdonságok felismerése, megfogalmazása.</p> <p>Számok halmazokba sorolása.</p> <p>Lehetőleg tantárgyi oktatóprogram használata páratlan-páros tulajdonság megértéséhez.</p>	
Számok összeg- és különbségalakja.	<p>Számok összeg- és különbségalakjának előállítás, leolvasása kirakással, rajzzal.</p> <p>Megfigyelés, rendszerezés, általánosítás.</p> <p>Igaz és hamis állítások megfogalmazása.</p>	
Darabszám, sorszám, és	Darabszám, sorszám és	<i>Környezetismeret:</i> természeti

<p>mérőszám fogalmának megkülönböztetése.</p> <p>Halmazok számosságának megállapításával a természetes szám fogalmának kialakítása.</p>	<p>mérőszám szavak értő ismerete és használata.</p>	<p>tárgyak megfigyelése, számlálása.</p>
<p>Az összeadás, kivonás értelmezései tevékenységekkel a 20-as számkörben.</p> <p>Az összeadás és a kivonás kapcsolata.</p> <p>Az összeadás tagjainak felcserélhetősége.</p>	<p>Műveletfogalom alapozása, összeadás, kivonás értelmezése többféle módon. Rajzról, képről, összeadás kivonás írása; művelet megjelenítése képpel, kirakással.</p> <p>Műveletek tárgyi megjelenítése, matematikai jelek, műveleti jelek használata.</p> <p>Fejben történő számolási képesség fejlesztése.</p> <p>A megfigyelőképesség fejlesztése konkrét tevékenységeken keresztül.</p> <p>Összeadás, kivonás hiányzó értékeinek meghatározása (pótlás).</p> <p>Műveletek megfogalmazása, értelmezése.</p> <p>Tantárgyi fejlesztőprogram használata.</p>	
<p>Szöveges feladat értelmezése, megoldása.</p> <p>Megoldás próbálgatással, következtetéssel.</p> <p>Ellenőrzés. Szöveges válaszadás.</p> <p>Tevékenységről, képről,</p>	<p>Mondott, illetve olvasott szöveg értelmezése, eljátszása, megjelenítése rajz segítségével, adatok, összefüggések kiemelése, leírása számokkal.</p> <p>Állítások, kérdések megfogalmazása képről,</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> hallott, látott, elképzelt történetek vizuális megjelenítése.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> az olvasott, írott szöveg megértése, adatok keresése,</p>

számfeladatról szöveges feladat alkotása, leírása a matematika nyelvén.	helyzetről, történeusről szóban, írásban.  Lényegkiemelő és probléma-megoldó képesség formálása matematikai problémák ábrázolásával, szöveges feladatok megfogalmazásával.	információk kiemelése.
Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Összeg, különbség, számegyenes, művelet, páros, páratlan, egy- és kétjegyű számok, darabszám, sorszám, tőszám, felcserélhetőség,	

### 3. Függvények, az analízis elemei

#### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

- Számok, mennyiségek közötti viszonyokra vonatkozóan egyszerű megállapítások megfogalmazása.
- Változások észrevétele, megfigyelése, indoklása.

<b>Előzetes tudás</b>	Tárgyak sorba rendezésének képessége (szín-, méret-, forma szerint). Előrajzolás után díszítő sor rajzolása, a minták váltakozásával. Az idő múlásának megfigyelése, periódikusan ismétlődő események a napi tevékenységekben.
-----------------------	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A sorozat fogalmának kialakítása.  Tárgy-, jel- és számsorozatok szabályának felismerése.	Sorozat képzése tárgyakkól, jelekből, alakzatokból, számokból.  Számsorozat szabályának felismerése, folytatása, kiegészítése megadott vagy	<i>Ének-zene:</i> periodikusság zenei motívumokban.

Növekvő és csökkenő sorozatok.	felismert összefüggés alapján. Az összefüggéseket felismerő és a rendező képesség fejlesztése a változások, periodikusság, ritmus, növekedés, csökkenés megfigyelésével.  Megkezdett sorozatok folytatása adott szabály szerint.	
Összefüggések, szabályok.  Számok mennyiségek közti kapcsolatok és jelölésük nyíllal.  Számok táblázatba rendezése.  Számpárok közötti kapcsolatok.	Egyszerűbb összefüggések, szabályszerűségek felismerése.  Szabályjátékok alkotása. Kreativitást fejlesztő feladatsorok megoldása.  Változó helyzetek megfigyelése, a változás jelölése nyíllal.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Sorozat, számsorozat, növekvő, csökkenő. Szabály, kapcsolat.	

#### 4. Geometria, mérések

##### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

- Megfigyelőképesség, tartós figyelem fejlesztése.
- Feladattudat és feladattartás fejlesztése.
- Térszemlélet kialakításának alapozása.
- Finommotorikus mozgás fejlesztése.
- Pontosság, tervszerűség, kitartás a munkában.
- Helyes és biztonságos eszközkézelés.
- A környezet megismerésének igénye.
- Mennyiségfogalmak kialakítása a 20-as számkörben, mérések alkalmilag választott és szabvány mérőeszközökkel.
- Gyakorlottság kialakítása tényleges mérésekben.
- Irányok megismerése, alkalmazása.

<b>Előzetes tudás</b>	Formák között különbség felismerése (kerek, szögletes). Az azonos formák közül az eltérők kiválogatásának képessége. Adott formák összekapcsolása tárgyakkal. Térbeli tájékozódás a testsémáknak megfelelően.
-----------------------	--

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Az egyenes és görbe vonal megismerése.	Tudatos megfigyelés. Egyenes rajzolása vonalzóval. Objektumok alkotása szabadon.	<i>Környezetismeret:</i> közvetlen környezet megfigyelése a testek formája szerint (egyenes és görbe vonalak keresése).
A képszerkesztő program néhány rajzeszközének ismerete, a funkciók azonosítása, gyakorlati alkalmazása.	A számítógép kezelése segítséggel.	
Tapasztalatgyűjtés egyszerű alakzatokról. Képnézegető programok alkalmazása.	A megfigyelések megfogalmazása az alakzatok formájára vonatkozóan. Alakzatok másolása, összehasonlítása, annak eldöntése, hogy a létrehozott alakzat rendelkezik-e a kiválasztott tulajdonsággal. A geometriai alakzatokhoz kapcsolódó képek megtekintése, készítése.	<i>Vizuális kultúra:</i> Geometriai alakzatok rajzolása. A vizuális nyelv alapvető eszközeinek (pont, vonal, forma) használata és megkülönböztetése. Kompozíció alkotása geometriai alakzatokból.(mozaikkép)
Tengelyesen tükrös alakzat előállítása hajtogatással, nyírással, megfigyelése tükör segítségével. A tapasztalatok megfogalmazása.	A tükrös alakzatokhoz kapcsolódó képek megtekintése, jellemzése.	<i>Környezetismeret:</i> alakzatok formájának megfigyelése a környezetünkben.

Képnézegető programok alkalmazása.		
Sík- és térbeli alakzatok megfigyelése, szétválogatása, megkülönböztetése.	Síkidom és test különbségének megfigyelése.  Síkidomok előállítása hajtogatással, nyírással, rajzolással.  Testek építése testekből másolással, vagy szóbeli utasítás alapján.	<i>Vizuális kultúra; környezetismeret:</i> tárgyak egymáshoz való viszonyának, helyzetének, arányának megfigyelése.
Síkidomok. (négyzet, téglalap, háromszög, kör). Tulajdonságok, kapcsolatok, azonosságok és különbözőségeik.	Síkidomok rajzolása szabadon és szavakban megadott feltétel szerint.  Összehasonlítás.  Fejlesztőprogram használata formafelismeréshez, azonosításhoz, megkülönböztetéshez.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> vonalzó használata.
Testek (kocka, téglatest). Tulajdonságok, kapcsolatok, azonosságok és különbözőségeik. Tulajdonságokat bemutató animációk lejátszása, megtekintése, értelmezése.	Testek válogatása és osztályozása megadott szempontok szerint. Testek építése szabadon és adott feltételek szerint, tulajdonságaik megfigyelése.  A tér- és síkbeli tájékozódó képesség alapozása érzékszervi megfigyelések segítségével.  Szemponttartás. Kreativitás fejlesztése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> testek építése.
Tájékozódás, helymeghatározás, irányok, irányváltások.	Mozgási memória fejlesztése nagytesti mozgással, mozgássor megisméltése. Térbeli tájékozódás fejlesztése.  Tájékozódás síkban (pl.	<i>Környezetismeret:</i> az osztályterem elhelyezkedése az iskolában, az iskola elhelyezkedése a településen.

	füzetben, könyvben, négyzethálós papíron). Interaktív programok használata.	<i>Testnevelés és sport:</i> térbeli tudatosság, elhelyezkedés a térben, mozgásirány, útvonal, kiterjedés.
Összehasonlítások a gyakorlatban: (rövidebb-hosszabb, magasabb-alacsonyabb).	Összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés.  Együttműködő képesség fejlesztése (pl. tanulók magasságának összemérése).	<i>Környezetismeret:</i> közvetlen környezetünk mérhető tulajdonságai.
Hosszúság, tömeg, űrtartalom idő. Mérőszám és mértékegység.  Mérőeszközök. Mérések alkalmi és szabvány egységekkel: hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő.  Szabvány mértékegységek megismerése: m, kg, l, óra, nap, hét, hónap, év.  Mennyiségek becslése.	Azonos mennyiségek mérése különböző mértékegységekkel.  Különböző mennyiségek mérése azonos egységgel. Mérőeszközök használata gyakorlati mérésekre.  A becslés és mérés képességének fejlesztése gyakorlati tapasztalatszerzés alapján.  Mennyiségek közötti összefüggések megfigyeltetése tevékenykedtetéssel.	<i>Testnevelés és sport; énekzene:</i> időtartam mérése egységes tempójú mozgással, hanggal, szabványegységekkel.  <i>Környezetismeret:</i> hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő és mértékegységeik.
A gyerekeknek szóló legelterjedtebb elektronikus szolgáltatások megismerése.	Irányított keresés ma már nem használatos mértékegységekről.	
Mérőszám és mértékegység viszonya.	Mennyiségek közötti összefüggések megfigyelése.  Tárgyak, személyek, alakzatok összehasonlítása mennyiségi tulajdonságaik alapján (magasság, szélesség, hosszúság, tömeg,	<i>Környezetismeret; technika, életvitel és gyakorlat:</i> mérések a mindennapokban.

	űrtartalom). Interaktív programok használata.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Egyenes és görbe vonal, szimmetria, mértékegység, mérőszám, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő, mérőeszköz, síkidom, test. Becslés.	

## 5. Statisztika, valószínűség

### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

- Közös munka (páros- és csoportmunka) vállalása.
- Együttműködés, egymásra figyelés.
- A világ megismerésének igénye.
- Önismeret: pontosság, tervszerűség, monotonitás tűrése.

<b>Előzetes tudás</b>	Adatok gyűjtése megfigyelt történésekről.
-----------------------	---

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Valószínűségi megfigyelések, játékok, kísérletek.	A matematikai tevékenységek iránti érdeklődés felkeltése matematikai játékok segítségével.  Sejtések megfogalmazása, divergens gondolkodás.	
Tapasztalatszerzés a véletlenről és a biztosról.	Tudatos megfigyelés.  A gondolkodás és a nyelv összefonódása.	
Események, ismétlődések játékos tevékenység során.	Célirányos, akaratlagos figyelem fejlesztése.	
A lehetetlen fogalmának tapasztalati előkészítése.	Adatgyűjtés célirányos megválasztásával a	



	környezettudatos gondolkodás fejlesztése.	
<p>Statisztika. Adatok gyűjtése megfigyelt történésekről, mért vagy számlált adatok lejegyzése táblázatba.</p>	<p>Események megfigyelése. Szokások kialakítása az adatok lejegyzésére.</p> <p>Adatokról megállapítások megfogalmazása: egyenlő adatok, legkisebb, legnagyobb adat kiválasztása.</p> <p>Adatgyűjtés elektronikus információforrások segítségével. Információforrások, adattárak használata.</p>	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Véletlen, biztos, lehetetlen, táblázat, statisztika, adat.	

## 2. osztály

**Időkeret:** 144óra/év (4 óra/hét)

Fejezetek	Az új tananyag feldolgozásának óraszám	A gyakorlás óraszám (szabadon felhasználható 10%)	Ismétlés, számonkérés
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	folyamatos		
2. Számelmélet, algebra	72	14	6
3. Függvények, az analízis elemei	16		3
4. Geometria, mérések	24		3
5. Statisztika, valószínűség	6		

### 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

#### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:

- Egyszerű matematikai szakkifejezések, jelölések megismertetése.
- Az összehasonlítás képességének fejlesztése.
- Tárgyak, személyek, dolgok jellemzése egy-két tulajdonsággal.
- Halmazszemlélet megalapozása.
- Gondolatok, megfigyelések többféle módon történő kifejezése.

<b>Előzetes tudás</b>	Halmazalkotás feltétel szerint. Összehasonlítás, megkülönböztetés. Relációszőkincs: kisebb, nagyobb, egyenlő. Igaz, hamis állítások megfogalmazása.
-----------------------	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Tárgyak, személyek, dolgok számok összehasonlítása, válogatása, rendezése, csoportosítása, halmazok képzése közös tulajdonságok	Összességek alkotása adott feltétel szerint, halmazalkotás.  Személyekkel vagy tárgyakkal, számokkal	<i>Környezetismeret:</i> tárgyak, élőlények összehasonlítása, csoportosítása különböző tulajdonságok alapján, pl. élőhely, táplálkozási mód stb.

alapján.	kapcsolatos jellemzők azonosítása, összegyűjtése, csoportosítása pl. interaktív tábla segítségével.	
Állítások igazságtartalmának eldöntése.  Több, kevesebb, ugyanannyi szavak értő ismerete, használata.  Egyszerű matematikai szakkifejezések és jelölések a fogalmak megnevezésére.	Relációszókincs: kisebb, nagyobb, egyenlő.  Jelrendszer ismerete és használata (=, <, >).  Lehetőség szerint számítógépes, interaktív táblához kapcsolódó oktatóprogramok alkalmazása.	<i>Környezetismeret:</i> természeti jelenségekről tett igaz-hamis állítások.
Halmazok számossága.  Halmazok összehasonlítása. Megállapítások: mennyivel több, mennyivel kevesebb, hányszor annyi elemet tartalmaz. Csoportosítások.	Igaz, hamis állítások megfogalmazása.  Összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés.  Tantárgyi oktató- és ismeretterjesztő programok futtatása.	<i>Testnevelés és sport:</i> párok, csoportok alakítása.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szavak csoportosítása szótagszám szerint.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Több, kevesebb, ugyanannyi, kisebb, nagyobb, egyenlő.	

## 2. Számelmélet, algebra

### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:

- Számlálás, számolási készség fejlesztése.
- A tartós figyelem fejlesztése.
- Kétváltozós műveletek értelmezésének tapasztalati előkészítése.
- Az összeadás, kivonás, bontás, pótlás fogalmának elmélyítése és a műveletek elvégzése az adott számkörben.
- A matematikai szaknyelv életkornak megfelelő használata.
- Elnevezések, jelölések használata, számolási eljárások alkalmazása.

<b>Előzetes tudás</b>	Számok írása, olvasása, számlálás 20-ig. Darabszám, sorszám és mérőszám ismerete. Növekvő és csökkenő sor alkotása 20-as számkörben. Számok összeg és különbségalakja 20-as számkörben.
-----------------------	--

	<p>Összeadás és kivonás értelmezése többféle módon. Pótlás 20-as számkörben. Egyszerű szöveges feladatok megoldása próbálgatással, következtetéssel.</p>
--	--

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Számfogalom kialakítása 100-as számkörben. A valóság és a matematika elemi kapcsolatainak felismerése. Tárgyak megszámlálása egyesével, kettesével. Számok nevének sorolása növekvő és csökkenő sorrendben.</p>	<p>Számlálás, számolási készség fejlesztése. A szám- és műveletfogalom tapasztalati úton való alakítása.</p> <p>Számok közötti összefüggések felismerése, a műveletek értelmezése tárgyi tevékenységgel és szöveg alapján.</p> <p>Fejben történő számolási képesség fejlesztése.</p> <p>A valóság és a matematika elemi kapcsolatainak felismerése. Tárgyak megszámlálása egyesével, kettesével.</p> <p>Analógiás gondolkodás.</p>	<p><i>Környezetismeret:</i> tapasztalatszerzés a közvetlen és tágabb környezetben, tárgyak megfigyelése, számlálása.</p> <p><i>Ének-zene:</i> ritmus, taps.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mesékben előforduló számok.</p> <p><i>Testnevelés és sport:</i> lépések, mozgások számlálása.</p>
<p>Számok írása, olvasása 100-ig. Számok képzése, bontása helyi érték szerint.</p>	<p>Egyedi tapasztalatok értelmezése (pl. ujjszámolás).</p> <p>Számjelek használata.</p> <p>Jelek szerepe, írása, használata és értelmezése.</p> <p>A számok számjegyekkel történő helyes leírásának fejlesztése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> számjegyek formázása gyurmából, emlékezés tapintás alapján a számjegyek formájára.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> betűelemek írása.</p>
<p>Számok becslés és valóságos helye a számegeyenesen (egyes, tízes) számszomszédok. Számok nagyság szerinti összehasonlítása. Számok</p>	<p>Mennyiségek megfigyelése, összehasonlítása.</p> <p>A mennyiségi viszonyok jelölése nyíllal, relációjellel.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> tájékozódás a síkon ábrázolt térben.</p>

egymástól való távolsága a számegyenesen.	Tájékozódás lehetőleg interaktív program használatával is.	
Számok összeg- és különbségalakja.	Számok összeg- és különbségalakjának előállítás, leolvasása kirakással, rajzzal.  Megfigyelés, rendszerezés, általánosítás.  Igaz és hamis állítások megfogalmazása.	
Darabszám, sorszám, és mérőszám fogalmának megkülönböztetése 100-as számkörben.  Számok tulajdonságai: páros, páratlan.	Darabszám, sorszám és mérőszám szavak értő ismerete és használata.  Tulajdonságok felismerése, megfogalmazása.  Számok halmazokba sorolása.  Lehetőleg tantárgyi oktatóprogram használata páratlan-páros tulajdonság megértéséhez.	<i>Környezetismeret:</i> természeti tárgyak megfigyelése, számlálása.
A római számok írása, olvasása <b>I, V, X</b> jelekkel.  A római számok története.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> könyvekben a fejezetszám kiolvasása.  <i>Környezetismeret:</i> eligazodás a hónapok között.
Összeadás, kivonás fogalmának mélyítése.  Összeadandók, tagok, összeg.  Kisebbitendő, kivonandó, különbség.  Az összeadás és a kivonás	Műveletfogalom alakítása, összeadás, kivonás értelmezése többféle módon.  Műveletek tárgyi megjelenítése, matematikai jelek, műveleti jelek	

<p>kapcsolata.</p> <p>Az összeadás tagjainak felcserélhetősége.</p>	<p>használata.</p> <p>A megfigyelőképesség fejlesztése konkrét tevékenységeken keresztül.</p> <p>Összeadás, kivonás hiányzó értékeinek meghatározása (pótlás).</p> <p>A műveletek elvégzése több tag esetén is.</p> <p>Tantárgyi fejlesztőprogram használata.</p>	
<p>Szorzás, osztás fejben és írásban. A szorzás értelmezése ismételt összeadással.</p> <p>Szorzó tényezők, szorzat.</p> <p>Szorzó tábla megismerése 100-as számkörben.</p> <p>Osztás 100-as számkörben. Bennfoglaló táblák.</p> <p>Osztandó, osztó, hányados, maradék.</p> <p>Maradékos osztás a maradék jelölésével.</p> <p>A szorzás és az osztás kapcsolata.</p>	<p>Az összeadás és a szorzás kapcsolatának felismerése.</p> <p>Számolási készség fejlesztése.</p> <p>Algoritmusok követése az egyesekkel és tízesekkel végzett műveletek körében.</p> <p>Fejlesztőprogram használata a műveletek helyességének ellenőrzésére.</p>	
<p>Műveleti tulajdonságok: tagok, tényezők felcserélhetősége.</p> <p>A zárójel használata.</p> <p>A műveletek sorrendje.</p>	<p>Kreativitás, önállóság fejlesztése a műveletek végzésében.</p>	
<p>Szöveges feladat értelmezése,</p>	<p>Mondott, illetve olvasott szöveg értelmezése,</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> hallott, látott, elképzelt történetek</p>

<p>megoldása.</p> <p>Megoldás próbálgatással, következtetéssel.</p> <p>Ellenőrzés. Szöveges válaszadás.</p> <p>Tevékenységről, képről, számfeladatról szöveges feladat alkotása, leírása a matematika nyelvén.</p>	<p>eljátszása, megjelenítése rajz segítségével, adatok, összefüggések kiemelése, leírása számokkal.</p> <p>Állítások, kérdések megfogalmazása képről, helyzetről, történevről szóban, írásban.</p> <p>Lényegkiemelő és probléma-megoldó képesség formálása matematikai problémák ábrázolásával, szöveges feladatok megfogalmazásával.</p>	<p>vizuális megjelenítése.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom: az olvasott, írott szöveg megértése, adatok keresése, információk kiemelése.</i></p>
<p>Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.</p>		
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Összeg, összeadandó, tag, különbség, kisebbítendő, kivonandó, szorzat, tényező, osztandó, osztó, hányados, maradék, számegyenes, művelet, zárójel, páros, páratlan, egy- és kétjegyű számok, darabszám, sorszám, tőszám, felcserélhetőség, szorzótábla, bennfoglaló tábla.</p>	

### 3. Függvények, az analízis elemei

#### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:

- Számok, mennyiségek közötti viszonyokra vonatkozóan egyszerű megállapítások megfogalmazása.
- Változások észrevétele, megfigyelése, indoklása.

<p><b>Előzetes tudás</b></p>	<p>Sorozatképzés tárgyakkól, alakzatokból, számokból. Számsorozat folytatása megadott összefüggés alapján. Egyszerű összefüggések felismerése.</p>
------------------------------	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A sorozat fogalma.</p> <p>Számsorozatok szabályának felismerése.</p> <p>Növekvő és csökkenő sorozatok.</p>	<p>Sorozat képzése számokból. Számsorozat szabályának felismerése, folytatása, kiegészítése megadott vagy felismert összefüggés alapján. Az összefüggéseket felismerő és a rendező képesség fejlesztése a változások, periodikusság, ritmus, növekedés, csökkenés megfigyelésével.</p> <p>Megkezdett sorozatok folytatása adott szabály szerint.</p>	<p><i>Ének-zene:</i> periodikusság zenei motívumokban.</p>
<p>Összefüggések, szabályok.</p> <p>Számok mennyiségek közti kapcsolatok és jelölésük nyíllal.</p> <p>Számok táblázatba rendezése.</p> <p>Számpárok közötti kapcsolatok.</p>	<p>Egyszerűbb összefüggések, szabályszerűségek felismerése.</p> <p>Szabályjátékok alkotása. Kreativitást fejlesztő feladatsorok megoldása.</p> <p>Változó helyzetek megfigyelése, a változás jelölése nyíllal.</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Sorozat, számsorozat, növekvő, csökkenő. Szabály, kapcsolat.</p>	

#### 4. Geometria, mérések

##### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:

- Megfigyelőképesség, tartós figyelem fejlesztése.
- Feladattudat és feladattartás fejlesztése.
- Térsejtelmet kialakításának alapozása.
- Finommotorikus mozgás fejlesztése.
- Pontosság, tervszerűség, kitartás a munkában.
- Helyes és biztonságos eszközkezelés.
- A környezet megismerésének igénye.



- Mennyiségfogalmak kialakítása a 100-as számkörben, mérések alkalmilag választott és szabvány mérőeszközökkel.
- Gyakorlottság kialakítása tényleges mérésekben.

<b>Előzetes tudás</b>	<p>Egyenes rajzolása vonalzóval.          Alakzatokra vonatkozó megfigyelések megfogalmazása.          Alakzatok másolása, összehasonlítása.          Síkidom és test különbségének felismerése.          Síkidomok előállítása hajtogatással, nyírással, rajzolással.          Testek építése szabadon és feltétel szerint.          Képnézegető program használata.          Összehasonlítás méret szerint (pl. rövidebb-hosszabb, alacsonyabb-magasabb. stb.).          Mérőeszközök ismerete, használata.          Mérés alkalmilag választott és szabvány mértékegységekkel.          Mértékegységek (m, kg, l, óra, nap, hét, hónap, év) ismerete.</p>
-----------------------	--

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Az egyenes és görbe vonal.	<p>Tudatos megfigyelés.          Egyenes rajzolása vonalzóval.          Objektumok alkotása szabadon.</p>	<i>Környezetismeret:</i> közvetlen környezet megfigyelése a testek formája szerint (egyenes és görbe vonalak keresése).
A képszerkesztő program néhány rajzeszközének ismerete, a funkciók azonosítása, gyakorlati alkalmazása.	A számítógép kezelése segítséggel.	
<p>Tapasztalatgyűjtés egyszerű alakzatokról.          Képnézegető programok alkalmazása.</p>	<p>A megfigyelések megfogalmazása az alakzatok formájára vonatkozóan.          Alakzatok másolása, összehasonlítása, annak eldöntése, hogy a létrehozott alakzat rendelkezik-e a kiválasztott tulajdonsággal.          A geometriai alakzatokhoz</p>	<i>Vizuális kultúra:</i> Geometriai alakzatok rajzolása. A vizuális nyelv alapvető eszközeinek (pont, vonal, forma) használata és megkülönböztetése. Kompozíció alkotása geometriai alakzatokból.

	kapcsolódó képek megtekintése, készítése.	
Tengelyesen tükrös alakzat előállítása hajtogatással, nyírással, megfigyelése tükör segítségével. A tapasztalatok megfogalmazása. Képnézegető programok alkalmazása.	A tükrös alakzatokhoz kapcsolódó képek megtekintése, jellemzése. Interaktív tábla	<i>Környezetismeret:</i> alakzatok formájának megfigyelése a környezetünkben.
Sík- és térbeli alakzatok megfigyelése, szétválogatása, megkülönböztetése.	Síkidom és test különbségének megfigyelése.  Síkidomok előállítása hajtogatással, nyírással, rajzolással.  Testek építése testekből másolással, vagy szóbeli utasítás alapján.	<i>Vizuális kultúra;</i> <i>környezetismeret:</i> tárgyak egymáshoz való viszonyának, helyzetének, arányának megfigyelése.
Síkidomok. (négyzet, téglalap, háromszög, kör). Tulajdonságok, kapcsolatok, azonosságok és különbözőségek.	Síkidomok rajzolása szabadon és szavakban megadott feltétel szerint.  Összehasonlítás.  Fejlesztőprogram használata formafelismeréshez, azonosításhoz, megkülönböztetéshez.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> vonalzó használata.
Testek (kocka, téglatest). Tulajdonságok, kapcsolatok, azonosságok és különbözőségek. Tulajdonságokat bemutató animációk lejátszása, megtekintése, értelmezése.	Testek válogatása és osztályozása megadott szempontok szerint. Testek építése szabadon és adott feltételek szerint, tulajdonságaik megfigyelése.  A térbeli tájékozódó képesség alapozása érzékszervi megfigyelések segítségével.  Szemponttartás. Kreativitás fejlesztése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> testek építése.

<p>Tájékozódás, helymeghatározás, irányok, irányváltoztatások.</p>	<p>Térbeli tájékozódás fejlesztése.</p> <p>Tájékozódás síkban (pl. füzetben, könyvben, négyzethálós papíron). Interaktív programok használata.</p>	<p><i>Környezetismeret:</i></p> <p>az osztályterem elhelyezkedése az iskolában, az iskola elhelyezkedése a településen.</p> <p><i>Testnevelés és sport:</i> térbeli tudatosság, elhelyezkedés a térben, mozgásirány, útvonal, kiterjedés.</p>
<p>Összehasonlítások a gyakorlatban: (rövidebb-hosszabb, magasabb-alacsonyabb).</p>	<p>Összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés.</p> <p>Együttműködő képesség fejlesztése (pl. tanulók magasságának összemérése).</p>	<p><i>Környezetismeret:</i> közvetlen környezetünk mérhető tulajdonságai.</p>
<p>Hosszúság, tömeg, űrtartalom idő. Mérőszám és mértékegység.</p> <p>Mérőeszközök. Mérések alkalmi és szabvány egységekkel: hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő.</p> <p>Szabvány mértékegységek: cm, dm, m, dkg, kg, cl, dl, l, perc, óra, nap, hét, hónap, év.</p> <p>Mennyiségek becslése.</p>	<p>Azonos mennyiségek mérése különböző mértékegységekkel.</p> <p>Különböző mennyiségek mérése azonos egységgel. Mérőeszközök használata gyakorlati mérésekre.</p> <p>A becslés és mérés képességének fejlesztése gyakorlati tapasztalatszerzés alapján.</p>	<p><i>Testnevelés és sport; énekzene:</i> időtartam mérése egységes tempójú mozgással, hanggal, szabványegységekkel.</p> <p><i>Környezetismeret:</i> hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő és mértékegységeik.</p>
<p>A gyerekeknek szóló legelterjedtebb elektronikus szolgáltatások megismerése.</p>	<p>Irányított keresés ma már nem használatos mértékegységekről.</p>	
<p>Átváltások szomszédos mértékegységek között, mérőszám és mértékegység viszonya.</p>	<p>Mennyiségek közötti összefüggések megfigyelése.</p> <p>Tárgyak, személyek, alakzatok összehasonlítása mennyiségi tulajdonságaik alapján (magasság, szélesség, hosszúság, tömeg,</p>	<p><i>Környezetismeret; technika, életvitel és gyakorlat:</i> mérések a mindennapokban.</p>

	űrtartalom). Interaktív programok használata.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Egyenes és görbe vonal, szimmetria, mértékegység, mérőszám, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő, mérőeszköz, síkidom, test. Becslés, átváltás.	

## 5. Statisztika, valószínűség

### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:

- Közös munka (páros- és csoportmunka) vállalása.
- Együttműködés, egymásra figyelés.
- A világ megismerésének igénye.
- Önismeret: pontosság, tervszerűség, monotonitás túrése.

<b>Előzetes tudás</b>	Sejtések megfogalmazása valószínűségi kísérletek során. Adatgyűjtés, adatok lejegyzése. Megállapítások megfogalmazása a gyűjtött adatokról.
-----------------------	---

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Valószínűségi megfigyelések, játékok, kísérletek.	A matematikai tevékenységek iránti érdeklődés felkeltése matematikai játékok segítségével.  Sejtések megfogalmazása, divergens gondolkodás.	
Tapasztalatszerzés a véletlenről és a biztosról.	Tudatos megfigyelés.  A gondolkodás és a nyelv összefonódása.	
Események, ismétlődések játékos tevékenység során.	Célirányos, akaratlagos figyelem fejlesztése.	

A lehetetlen fogalmának tapasztalati előkészítése.	Adatgyűjtés célirányos megválasztásával a környezettudatos gondolkodás fejlesztése.	
Statisztika. Adatok gyűjtése megfigyelt történésekről, mért vagy számlált adatok lejegyzése táblázatba.	Események megfigyelése. Szokások kialakítása az adatok lejegyzésére.  Adatokról megállapítások megfogalmazása: egyenlő adatok, legkisebb, legnagyobb adat kiválasztása.  Adatgyűjtés elektronikus információforrások segítségével.  Információforrások, adattárak használata.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Véletlen, biztos, lehetetlen, táblázat, statisztika, adat.	

### A fejlesztés várt eredményei a 2. évfolyam végén

A tanuló

- képes halmazokat összehasonlítani az elemek száma szerint, halmazt alkotni;
- képes állítások igazságtartalmának eldöntésére, állításokat megfogalmazni;
- halmazok elemeit összehasonlítja, azonosítja, megkülönbözteti, a közös tulajdonságokat felismeri, megnevezi;
- több, kevesebb, ugyannyi fogalmát helyesen használja;
- néhány elemet sorba rendez próbálgatással;
- számokat ír, olvas 100-as számkörben, Helyi érték fogalma.
- tud római számokat írni, olvasni 100-as számkörben (I, V, X, ~~L~~, C);
- megtalálja számok helyét a számegyenesen,
- meghatározza az egyes, tízes számszomszédokat;

- képes természetes számok nagyság szerinti összehasonlítására;
- tud kétjegyű számokat képezni, helyi érték szerint bontani;
- a matematikai jeleket  $+$ ,  $-$ ,  $\cdot$ ,  $:$ ,  $=$ ,  $<$ ,  $>$ ,  $()$  helyesen használja;
- képes összeadni, kivonni, szorozni, osztani 100-as számkörben;
- ismeri a szorzótáblát a 100-as számkörben;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveletvégzés sorrendjét;
- képes szöveges feladatot értelmezésére, megjelenítésére rajz segítségével, leírására művelettel;
- megkülönbözteti a páros és páratlan számokat;
- képes szimbólumok használatára matematikai szöveg leírásánál, az ismeretlen szimbólum kiszámítására;
- figyelme tudatosan irányítható;
- ismerete az egyenes és görbe vonalakat;
- képes a test és a síkidom megkülönböztetésére;
- tud testeket építeni szabadon és megadott feltételek szerint;
- képes tájékozódni, ismeri az irányokat;
- képes a hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérésére;
- ismeri a szabvány mértékegységeket: cm, dm, m, cl, dl, l, dkg, kg, perc, óra, nap, hét, hónap, év.
- képes átváltásokat végezni szomszédos mértékegységek között;
- felismeri a mennyiségek közötti összefüggéseket;
- mérés során helyesen használja a mérőeszközöket;
- felismeri növekvő és csökkenő számsorozatok szabályát, tudja a sorozatot folytatni;
- felismeri a számpárok közötti kapcsolatokat;
- képes a változásokat észrevenni, szóban kifejezni;
- tud adatokról megállapításokat megfogalmazni;

# 3. osztály

**Időkeret:** 144óra/év (4 óra/hét)

Fejezetek	Az új tananyag feldolgozásának óraszám	A gyakorlás óraszám	Az összefoglalás, ellenőrzés óraszám
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	2+ folyamatos		
2. Számelmélet, algebra	70	14	6
3. Függvények, az analízis elemei	16		3
4. Geometria, mérések	25		3
5. Statisztika, valószínűség	5		

## 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

- Halmazok összehasonlítása.
- Állítások igazságtartalmának eldöntése.
- Több, kevesebb, ugyanynyi fogalma.
- Alakzatok szimmetriájának megfigyelése.
- Néhány elem sorba rendezése próbálgatással.

<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok összehasonlítása. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Több, kevesebb, ugyanynyi fogalma. Alakzatok szimmetriájának megfigyelése. Néhány elem sorba rendezése próbálgatással.
-----------------------	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése konkrét elemek esetén.  Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése.	Megfigyelésben, mérésben, számlálásban, számolásban gyűjtött adatok, elemek halmazba rendezése. A logikai „és”, „vagy” szavak használata állítások megfogalmazásában.	<i>Környezetismeret:</i> élőlények csoportosítása megadott szempontok szerint.

	Összehasonlítás, következtetés, absztrahálás.	
A számítógép működésének bemutatása (be- és kikapcsolás, egér, billentyűzet használata).	Ismerkedés az adott informatikai környezettel.	
Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba.  Alaphalmaz és részhalmaz fogalmának tapasztalati előkészítése.	Osztályozás egy, illetve egyszerre két szempont szerint.  Síkídomok halmazokba rendezése tulajdonságaik alapján.  Sorozatok létrehozása, folytatása, kiegészítése adott szempont szerint.  A gondolkodás és a nyelv összefonódása, kölcsönhatása.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szavak jelentése, szövegkörnyezettől függő eltérő nyelvhasználat.
Tantárgyi fejlesztőprogram használata a halmazba soroláshoz.	Osztályozás egy, illetve egyszerre két szempont szerint.	
Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása. próbálgatással.	Konkretizálás képességének fejlesztése.	<i>Ének-zene:</i> dallammotívumok sorba rendezése.
<b>Kulcsfogalmak/ fogal- mak</b>	Halmaz, összehasonlítás, csoportosítás, sorba rendezés.	

## 2. Számelmélet, algebra

### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

- Elnevezések, megállapodások, jelölések értése, kezelése.
- Számok nagyságrendje és helyi értéke. Számok helyes leírása, olvasása 1000-ig.
- Számok nagyságrendjének és helyi értékének biztos ismerete.
- Számok képzése, helyi érték szerinti bontása.
- A helyes műveleti sorrend ismerete és alkalmazása a négy alpművelet körében.
- A tízes, százaz ezres számszomszédok meghatározása.



- A kerekítés és becslés eszközként való alkalmazása.
- Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.
- Igény kialakítása a matematika értékeinek és eredményeinek megismerésére.
- A szorzótábla biztos ismerete.

<b>Előzetes tudás</b>	<p>Számok írása, olvasása (100-as számkör).</p> <p>Helyi érték</p> <p>Római számok írása, olvasása (I, V, X).</p> <p>Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok.</p> <p>Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása.</p> <p>Számok képzése, bontása helyi érték szerint.</p> <p>Páros és páratlan számok.</p> <p>Matematikai jelek: +, -, •, :, =, &lt;, &gt;, ().</p> <p>Összeadás, kivonás, szorzás, osztás.</p> <p>Szorozótábla ismerete a száz-as számkörben.</p> <p>A műveletek sorrendje.</p> <p>Szöveges feladat értelmezése, megjelenítése rajz segítségével, leírása számokkal.</p> <p>Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.</p>
-----------------------	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Számfogalom kialakítása 1000-es, számkörben.	Tájékozódás az adott számkörben.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> számok helyesírása.
Számok írása, olvasása 1000-ig.	Számmemória fejlesztése.	
Számok helye, közelítő helye a számegyenesen, számszomszédok, kerekítés.	Emlékezet fejlesztése, tájékozódás a számegyenesen.	

<p>Alaki, helyi és valódi érték.</p> <p>Számok képzése, bontása helyi érték szerint.</p> <p>Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása.</p>		
<p>Számítógépes, interaktív táblához kapcsolódó oktatóprogramok alkalmazása.</p>	<p>Tájékozódás a számegyenesen.</p>	
<p>Számok összeg-, különbség-, szorzat- és hányados alakja.</p>	<p>Megértett állításokra, szabályokra való emlékezés.</p> <p>Tények közti kapcsolatok, viszonyok, összefüggések felidézése.</p>	
<p>A negatív szám fogalmának tapasztalati úton történő előkészítése.</p> <p>Negatív számok a mindennapi életben (hőmérséklet, adósság).</p>	<p>Negatív számokkal való ismerkedés tapasztalati úton a számegyenes, a hiány és a hőmérséklet segítségével.</p> <p>Adósság, készpénz, vagyoni helyzet fogalmának értelmezése.</p>	<p><i>Környezetismeret:</i> hőmérséklet és mérése, Celsius-skála (fagypont alatti, fagypont feletti hőmérséklet).</p>
<p>Matematikai oktató program használata.</p>		
<p>Műveletek közötti kapcsolatok: összeadás, kivonás, szorzás, osztás.</p> <p>Fejszámolás: összeadás, kivonás, szorzás és osztás legfeljebb háromjegyű, nullára végződő számokkal.</p> <p>Fejszámolás: szorzás, osztás tízzel, százzal.</p> <p>Írásbeli összeadás, kivonás háromjegyű számokkal.</p> <p>Írásbeli szorzás egyjegyű</p>	<p>Az ellenőrzési igény kialakítása, a műveletek közötti kapcsolatok megfigyelésén keresztül.</p> <p>A pontos feladatvégzés igényének fejlesztése.</p> <p>A figyelem terjedelmének és tartósságának növelése; tudatos, célirányos figyelem.</p> <p>A fejszámolás biztonságos használata. A szorzótáblák gyakorlása.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> kérdések, problémák, válaszok helyes megfogalmazása.</p>

számmal.	<p>Analógiák felismerése, keresése, kialakítása.</p> <p>Írásbeli műveletek alkalmazásszintű felhasználása.</p> <p>A tanult műveletek elvégzésének gyakorlása, ellenőrzése.</p>	
Matematikai fejlesztőprogram használata.		
Összeg, különbség, szorzat, becslése, a „közelítő” érték fogalmának és jelének bevezetése.	<p>Jelek szerepe, használata.</p> <p>Becslés a tagok, tényezők, osztó, osztandó megfelelő kerekítésével.</p>	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> jelek szerepe, használata.
Műveleti tulajdonságok: tagok, tényezők felcserélhetősége, csoportosíthatósága, összeg és különbség, valamint szorzat és hányados változásai.	Változó helyzetek megfigyelése, műveletek tárgyi megjelenítése.	
Zárójel használata; összeg és különbség szorzása, osztása. Műveleti sorrend.	<p>Feladattartás és feladatmegoldási sebesség fejlesztése.</p> <p>Megismert szabályokra való emlékezés.</p> <p>Oktatóprogram alkalmazása a műveleti sorrend bemutatására.</p>	
Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása, ellenőrzés.	<p>Matematikai modellek megértése.</p> <p>Önértékelés, önellenőrzés.</p> <p>Gondolatmenet követése, oksági kapcsolatok keresése,</p>	

	megértése.	
<p>Törtek fogalmának tapasztalati előkészítése.</p> <p>Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése, lejegyzése szöveggel.</p>	<p>Közös munka (páros, kis csoportos munka, csoportmunka), együttműködés vállalása.</p> <p>Törtekkel kapcsolatos oktató program használata.</p> <p>Törtek előállítás hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.</p> <p>Animáció lejátszása törtek előállításához.</p>	
<p>Szöveges feladatok.</p> <p>Többféle megoldási mód keresése.</p>	<p>A szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv készítése. Becslés.</p> <p>Megoldás próbálgatással, számolással, következtetéssel. Ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. A szövegértéshez szükséges nyelvi, logikai szerkezetek fokozatos megismerése.</p> <p>Adatok lejegyzése, rendezése, ábrázolása.</p> <p>Összefüggések felismerése.</p> <p>Válasz megfogalmazása szóban, írásban.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> az írott szöveg megértése, adatok keresése, információk kiemelése.</p>
<p>Római számok.</p> <p>A római számok története.</p> <p>Számjelek bevezetése.</p> <p>Római számok írása, olvasása I, V, X, L, C, D, M jelekkel.</p>	<p>Irányított keresés római számok használatáról.</p>	<p><i>Környezetismeret:</i> a lakóhely története; a római számok megfigyelése régi épületeken.</p>
<p>A gyerekeknek szóló legelterjedtebb elektronikus</p>		

szolgáltatások megismerése.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Számszomszéd, kerekítés, közelítő érték, műveleti sorrend. Három- és négyjegyű szám. Tört szám, negatív szám. Becslés, ellenőrzés. Római szám. Alaki, helyi és valódi érték.	

### 3. Függvények, az analízis elemei

#### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

- Matematikai modellek készítése.
- Sorozatok felismerése, létrehozása.

<b>Előzetes tudás</b>	Sorozat szabályának felismerése, folytatása. Növekvő és csökkenő számsorozatok. Számpárok közötti kapcsolatok felismerése.
-----------------------	--

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Sorozat szabályának felismerése.	Adott szabályú sorozat folytatása. Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között. Sorozatok néhány hiányzó vagy megadott sorszámú elemének kiszámítása. Sorozatok képzési szabályának keresése, kifejezése szavakkal. Oktatóprogram használata sorozat szabályának	<i>Vizuális kultúra:</i> periodicitás felismerése sordíszekben, népi motívumokban.

	<p>felismeréséhez, folytatásához.</p> <p>A figyelem és a memória fejlesztése-</p> <p>Szabályfelismerés.</p> <p>Az önállóság fejlesztése a gondolkodási műveletek alkalmazásában.</p> <p>Az anyanyelv és a szaknyelv használatának fejlesztése.</p> <p>Adott utasítás követése, figyelem tartóssága.</p> <p>Saját gondolatok megfogalmazása, mások gondolatmenetének végighallgatása.</p>	
<p>Összefüggések, kapcsolatok táblázat adatai között.</p> <p>Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése.</p>	<p>Kapcsolatok, szabályok keresése táblázat adatai között.</p> <p>Táblázat adatainak értelmezése.</p> <p>Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése, a folytatásra vonatkozó sejtések megfogalmazása.</p> <p>Az általánosításra való törekvés. A kifejezőképesség alakítása: világos, rövid fogalmazás.</p> <p>Az absztrakciós képesség alapozása.</p>	<p><i>Környezetismeret:</i> adatok gyűjtése az állatvilágból (állati rekordok).</p> <p><i>Testnevelés és sport:</i> sporteredmények mint adatok.</p>
<p>Grafikonok.</p>	<p>Grafikonok adatainak leolvasása.</p> <p>Grafikonok készítése.</p> <p>Matematikai összefüggések</p>	<p><i>Környezetismeret:</i> hőmérsékleti grafikonok készítése.</p>

		felismerése.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogal- mak</b>	Táblázat, grafikon. Sorozat. Szabály, kapcsolat.		

#### 4. Geometria, mérések

##### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

- Térbeli és síkbeli tájékozódás továbbfejlesztése.
- Feltételeknek megfelelő alkotások elképzelése elkészítésük előtt, a tényleges alkotás összevetése az elképzelttel.
- A matematika és a valóság kapcsolatának építése.
- Mérőeszközök és mértékegységek önálló használata.
- Érzékelés, észlelés pontosságának fejlesztése.
- A szimmetria felismerése a valóságban: tárgyakon, természetben, művészeti alkotásokon. Esztétikai érzék fejlesztése.
- A vonalzó célszerű használata.

<b>Előzetes tudás</b>	<p>Vonalak (egyenes, görbe).</p> <p>Térbeli alakzatok.(kocka, téglatest)</p> <p>A test és a síkidom megkülönböztetése.</p> <p>Szimmetria: tengelyesen szimmetrikus alakzatok megfigyelése.</p> <p>A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése.</p> <p>A szabvány mértékegységek: cm, dm, m, cl, dl, l, dkg, kg, perc, óra, nap, hét, hónap, év.</p> <p>Átváltások szomszédos mértékegységek között.</p> <p>Mennyiségek közötti összefüggések felismerése.</p> <p>Mérőeszközök használata.</p>
-----------------------	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A szakasz fogalmának előkészítése.	Tapasztalatszerzés, érvelés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: hajtogatás.</i>

A szakasz és mérése.		
Háromszög, négyzet és téglalap felismerése.  A téglalap és négyzet tulajdonságai: csúcsok száma, oldalak száma.	Háromszögek, négyszögek előállításra rajzolással szabadon vagy egy-két tulajdonság megadásával.  Egyedi tulajdonságok kiemelése.  Formafelismerés, azonosítás, megkülönböztetés.	<i>Vizuális kultúra:</i> mozaikkép alkotása előre elkészített háromszögek, négyszögek felhasználásával.
A téglalap és a négyzet területének kiszámítása.	Ismeretek alkalmazása az újabb ismeretek megszerzésében.	<i>Környezetismeret:</i> kerületszámítás a közvetlen környezetünkben (szoba, kert)
Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel.  A területszámítás fogalmának előkészítése.	Többféle megoldási mód keresése, az alternatív megoldások összevetése.	<i>Környezetismeret:</i> tapasztalatgyűjtés a mindennapi életből pl. szőnyegezés, burkolás a lakásban, kertben.
Az egybevágóság fogalmának előkészítése.	Tengelyesen tükrös alakzatok létrehozása tevékenységgel. Az alkotóképesség fejlesztése.  Megfigyelések kifejezése válogatással, megfogalmazással.  A pontosság igényének felkeltése.  Geometriai dinamikus szerkesztőprogram használata interaktív táblán.	<i>Környezetismeret:</i> szimmetria a természetben.  <i>Vizuális kultúra:</i> szimmetria a műalkotásokban.
Tájékozódás síkban, térben.	Tájékozódás pl. az iskolában és környékén. Mozgássor megismétlése, mozgási	<i>Környezetismeret:</i> tájékozódás közvetlen környezetünkben. Égtájak ismeretének gyakorlati



	<p>memória fejlesztése.</p> <p>Térbeli tájékozódási képességet fejlesztő, egyszerű. rajzolóprogramok bemutatása.</p> <p>Egyszerű problémák megoldása részben tanári segítséggel, részben önállóan.</p>	alkalmazása.
<p>Testek geometriai tulajdonságai, hálója.</p>	<p>Testek építése szabadon és adott feltételek szerint.</p> <p>Térbeli tájékozódási képességet fejlesztő, egyszerű. rajzolóprogramok bemutatása.</p> <p>Egyszerű problémák megoldása részben tanári segítséggel, részben önállóan.</p> <p>Testek szétválogatása egy-két tulajdonság szerint.</p> <p>Alkotóképesség fejlesztése.</p> <p>Kreatív gondolkodás fejlesztése. Térlátás fejlesztése az alakzatok különféle előállításával.</p> <p>Sík- és térgeometriai megfigyelések elemzése, megfogalmazása a tanult matematikai szaknyelv segítségével.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> dobozokból bútorok építése.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> a körülöttünk lévő mesterséges és természetes környezet formavilágának megfigyelése és rekonstrukciója.</p>
<p>Téglatest és kocka felismerése, jellemzői.</p> <p>Testháló kiterítése téglatest, kocka esetében.</p>	<p>Megfigyelés, tulajdonságok számbavétele.</p> <p>Összehasonlítás, azonosságok, különbözőségek megállapítása.</p> <p>Finommotoros</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> dobókocka, téglatest alakú doboz készítése.</p>

	mozgáskoordinációk fejlesztése.	
Készségfejlesztő oktatóprogramok, logikai játékok indítása, használata önállóan vagy segítséggel, belépés és szabályos kilépés a programból.	Számítógépes játékok, egyszerű fejlesztő szoftverek megismertetése.	
Mérések alkalmi egységekkel. Mérés szabvány egységekkel: km, cl, hl, g, t.	Összehasonlítások végzése a valóság tárgyairól, alakzatokról, dolgokról. Mennyiségi jellemzők felismerése, a különbségek észrevétele. Adott tárgy, elrendezés, kép más nézőpontból való elképzelése.	<i>Környezetismeret:</i> gyakorlati mérések közvetlen környezetünkben (tömeg-, hosszúságmérés). Csomagolóanyagok, dobozok tömege.
Az idő mérése: másodperc. Időpont és időtartam megkülönböztetése.	Tájékozódás az időben: a múlt, jelen, jövő, mint folytonosan változó fogalmak, pl. előtte, utána, korábban, később megértése, használata. Időtartam mérése egyenletes tempójú mozgással, hanggal, szabványos egységekkel (másodperc, perc, óra, nap, hét, hónap, év). Fejlesztőprogram használata méréshez. Időpont és időtartam tapasztalati úton történő megkülönböztetése. A családban történtek elhelyezése az időben.	<i>Testnevelés és sport:</i> időre futás. <i>Ének-zene:</i> metronóm. <i>Környezetismeret; technika, életvitel és gyakorlat:</i> napirend, családi ünnepek, események ismétlődése. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> változó helyzetek, időben lejátszódó történések megfigyelése, az időbeliség tudatosítása.

Egység és mérőszám kapcsolata. Mérés az egységek többszöröseivel.	A pontosság mértékének kifejezése gyakorlati mérésekben.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> elkészíthető munkadarabok megtervezése mérés és modellezés segítségével.
Át- és beváltások végrehajtott mérések esetén.	A mértékegység és mérőszám kapcsolata, összefüggésük megfigyelése és elmélyítése.	
Átváltások szomszédos mértékegységek között.	Mérések a gyakorlatban, mérések a családban.	<i>Környezetismeret; technika, életvitel és gyakorlat:</i> háztartásban használatos gyakorlati mérések (sütés-főzés hozzávalói).
A mértékegységek használata és átváltása szöveges és számfeladatokban.	Fejlesztőprogram használata mértékegységek átváltásához.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szakasz, háromszög, téglalap, négyzet, kerület, terület, téglatest, kocka, testháló, tükrös alakzat, időpont, időtartam, mértékegység, tonna, másodperc, km.	

## 5. Statisztika, valószínűség

### A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

- Rendszerszemlélet, valószínűségi és statisztikai gondolkodás alapozása.
- A problémamegoldó gondolkodás fejlesztése.

<b>Előzetes tudás</b>	Adatokról megállapítások megfogalmazása. Valószínűségi megfigyelések, játékok kísérletek. Tapasztalatszerzés a véletlenről és a biztosról.
-----------------------	--

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Adatok megfigyelése, gyűjtése, rendezése, rögzítése, ábrázolása grafikonon.	Tapasztalatok szerzésével későbbi fogalomalkotás előkészítése. A képi grafikus információk feldolgozása, forráskezelés.	<i>Környezetismeret:</i> meteorológiai adatok lejegyzése, ábrázolása.

<p>A biztos, a lehetséges és a lehetetlen események.</p>	<p>Próbálgatások, sejtések, indoklások, tippelések, tárgyi tevékenységek.</p> <p>A lehetséges és lehetetlen tapasztalati úton való értelmezése.</p> <p>A biztos és véletlen megkülönböztetése.</p>	
<p>Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések. Gyakoriság. Oszlopdiagram.</p> <p>A valószínűség fogalmának tapasztalati előkészítése.</p>	<p>Események gyakoriságának megállapítása kísérletek végzésével, ábrázolása oszlopdiagramon.</p> <p>Sejtés megfogalmazása adott számú kísérletben.</p> <p>A kísérleti eredmények összevetése a sejtéssel, az eltérés megállapítása és magyarázata.</p> <p>A gyakoriság, a valószínű, kevésbé valószínű értelmezése gyakorlati példákon. Információszerzés az internetről, irányított keresés. Diagramokhoz kapcsolódó információk keresése, értelmezése.</p>	<p><i>Környezetismeret:</i> természeti jelenségek előfordulása és valószínűsége.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a kifejezőkészség alakítása (világos, rövid megfogalmazás).</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Valószínű, biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos. Grafikon, oszlopdiagram. Gyakoriság.</p>	

### A fejlesztés várt eredményei a 3. évfolyam végén

*A tanuló*

- képes adott tulajdonságú elemeket halmazba rendezni,
- felismeri, megnevezi a halmazba tartozó elemek közös tulajdonságait,
- képes annak eldöntésére, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba,
- értelmezi a változást egyszerű matematikai tartalmú szövegben,

- képes az összes eset megtalálására próbálgatással,
- tud 1000-es számkörben számokat írni, olvasni,
- ismeri és értelmezi a helyi érték, alaki érték, valódi érték fogalmát 1000-es számkörben,
- tud római számokat írni, olvasni 1000-es számkörben (I, V, X, L, C, D, M);
- helyesen értelmezi a negatív számokat a mindennapi életben modell (hőmérséklet, adósság) segítségével,
- képes 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezésére, lejegyzésére szöveggel, előállítására hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel,
- tud természetes számokat nagyság szerinti összehasonlítani 1000-es számkörben,
- képes mennyiségek közötti összefüggések észrevételére tevékenységekben,
- alkalmazza a matematika különböző területein az ésszerű becslést és a kerekítést,
- képes pontosan számolni fejben száz-as számkörben,
- biztosan ismeri a szorzótáblát 100-as számkörben,
- ismeri az összeg, különbség, szorzat, hányados fogalmát,
- képes a műveletek tulajdonságainak, tagok, illetve tényezők felcserélhetőségének alkalmazására,
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveletvégzés sorrendjét,
- tud írásban háromjegyű számokat összeadni, kivonni, szorozni egyjegyű számmal
- képes a műveletek ellenőrzésére,
- szöveges feladatokat megold a megoldási algoritmus alkalmazásával (a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata)
- ismeri a többszörös, osztó, maradék fogalmát,
- képes növekvő és csökkenő számsorozatok szabályának felismerésére, a szabály követésére,
- képes összefüggések keresésére az egyszerű sorozatok elemei között,

- meg tudja határozni a szabályt egyszerű formában, a hiányzó elemeket pótolja,
- ismeri és használja a szabvány mértékegységeket: km, cl, hl, g, t, másodperc.
- képes átváltások elvégzésére szomszédos mértékegységek között,
- egyszerű gyakorlati példák esetén képes a hosszúság, távolság és idő mérésére,
- egyszerű módszerekkel felismer és létrehoz háromszöget, négyzetet, téglalapot, egyéb sokszöget,
- megérti a test és a síkidom közötti különbséget,
- felismeri a kockát, téglatestet,
- képes hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel. tükrös alakzatok és tengelyes szimmetria előállítására,
- tudja megmérni a négyzet és a téglalap területét,
- képes a négyzet, téglalap területének mérésére különféle egységekkel, területlefedéssel,
- képes tapasztalati adatok lejegyzésére, táblázatba rendezésére, helyesen értelmezi a táblázat adatait,
- képes adatgyűjtésre, adatok lejegyzésére, diagramról adatok leolvasására,
- valószínűségi játékok, kísérletek során helyesen értelmezi a biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos fogalmakat,
- tanári segítséggel használja az életkorának megfelelő oktatási célú programokat,
- ismer egy rajzoló programot, egyszerű ábrákat elkészít, színez,
- együttműködik az interaktív tábla használatánál.

# 4. osztály

**Időkeret:** 144óra/év (4 óra/hét)

Fejezetek	Az új tananyag feldolgozásának óraszám	A gyakorlás óraszám	Az összefoglalás, ellenőrzés óraszám
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	2+ folyamatos		
2. Számelmélet, algebra	74	14	6
3. Függvények, az analízis elemei	15		3
4. Geometria, mérések	22		3
5. Statisztika, valószínűség	5		

## 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

### Fejlesztési célok:

- Összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés.
- Halmazszemlélet fejlesztése.
- Nyelvhasználat előtti kommunikáció, eljátszás mint a gondolatok kifejezése, ezek megértése.
- Rajz, kirakás értelmezése, a lejátszott történet visszaidézése.

<b>Előzetes tudás</b>	<p>Halmazok összehasonlítása.</p> <p>Állítások igazságtartalmának eldöntése.</p> <p>Több, kevesebb, ugyanennyi fogalma.</p> <p>Alakzatok szimmetriájának megfigyelése.</p> <p>Néhány elem sorba rendezése próbálgatással.</p>
-----------------------	---

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése konkrét elemek esetén.	Megfigyelésben, mérésben, számlálásban, számolásban gyűjtött adatok, elemek halmazba rendezése. A	<i>Környezetismeret:</i> élőlények csoportosítása megadott szempontok szerint.

Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése.	logikai „és”, „vagy” szavak használata állítások megfogalmazásában. Összehasonlítás, következtetés, absztrahálás.	
Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba.  Alaphalmaz és részhalmaz fogalma.	Osztályozás egy, illetve egyszerre két szempont szerint.  Síkidomok halmazokba rendezése tulajdonságaik alapján.  Sorozatok létrehozása, folytatása, kiegészítése adott szempont szerint.  A gondolkodás és a nyelv összefonódása, kölcsönhatása.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szavak jelentése, szövegkörnyezettől függő eltérő nyelvhasználat.
Tantárgyi fejlesztőprogram használata a halmazba soroláshoz.	Osztályozás egy, illetve egyszerre két szempont szerint.	
Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása. próbálgatással.	Konkretizálás képességének fejlesztése.	<i>Ének-zene:</i> dallammotívumok sorba rendezése.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Halmaz, összehasonlítás, csoportosítás, sorba rendezés.	

## 2. Számelmélet, algebra

### Fejlesztési célok:

- Elnevezések, megállapodások, jelölések értése, kezelése.
- Számok nagyságrendje és helyi értéke.
- Számok helyes leírása, olvasása 10000-ig.
- Számok nagyságrendjének és helyi értékének biztos ismerete.
- A helyes műveleti sorrend ismerete és alkalmazása a négy alpművelet körében.
- Számok képzése, helyi érték szerinti bontása.
- A tízes, százaz, ezres számszomszédok meghatározása.
- A kerekítés és becslés eszközként való alkalmazása.



- Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.
- Igény kialakítása a matematika értékeinek és eredményeinek megismerésére.
- A szorzótábla biztos ismerete.

<b>Előzetes tudás</b>	<p>Számok írása, olvasása (1000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték.</p> <p>Római számok írása, olvasása (I, V, X, L, C, D, M).</p> <p>Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása.</p> <p>Számok képzése, bontása helyi érték szerint.</p> <p>Páros és páratlan számok.</p> <p>Matematikai jelek: +, -, •, :, =, &lt;, &gt;, ( ).</p> <p>Összeadás, kivonás, szorzás, osztás szóban és írásban.</p> <p>Szorozótábla ismerete a száz-as számkörben.</p> <p>A műveletek sorrendje.</p> <p>Szöveges feladat értelmezése, megjelenítése rajz segítségével, leírása számokkal.</p> <p>Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.</p>
-----------------------	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Számfogalom kialakítása 10 000-es számkörben.</p> <p>Számok írása, olvasása 10 000-ig.</p>	<p>Tájékozódás az adott számkörben.</p> <p>Számmemória fejlesztése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> számok helyesírása.</p>
<p>Számok helye, közelítő helye a számegyenesen, számszomszédok, kerekítés.</p> <p>Alaki, helyi és valódi érték.</p> <p>Számok képzése, bontása helyi</p>	<p>Emlékezet fejlesztése, tájékozódás a számegyenesen.</p>	

érték szerint- Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása.		
Számítógépes, interaktív táblához kapcsolódó oktatóprogramok alkalmazása.	Tájékozódás a számegyenesen.	
Számok összeg-, különbség-, szorzat- és hányados alakja.	Megértett állításokra, szabályokra való emlékezés. Tények közti kapcsolatok, viszonyok, összefüggések felidézése.	
A negatív szám fogalmának tapasztalati úton történő előkészítése. Negatív számok a mindennapi életben (hőmérséklet, adósság).	Negatív számokkal való ismerkedés tapasztalati úton a számegyenes, a hiány és a hőmérséklet segítségével. Adósság, készpénz, vagyoni helyzet fogalmának értelmezése. A negatív szám fogalmának elmélyítése.	<i>Környezetismeret:</i> hőmérséklet és mérése, Celsius-skála (fagypont alatti, fagypont feletti hőmérséklet).
Matematikai oktató program használata.		
Számok tulajdonságai: oszthatóság 5-tel és 10-zel.	Számok összehasonlítása, szétválogatása az oszthatósági tulajdonság szerint.	
Műveletek közötti kapcsolatok: összeadás, kivonás, szorzás, osztás. Fejszámolás: összeadás, kivonás, szorzás és osztás legfeljebb háromjegyű, nullára végződő számokkal. Fejszámolás: szorzás, osztás tízzel, százzal és ezerrel. Írásbeli összeadás, kivonás három- és négyjegyű számokkal.	Az ellenőrzési igény kialakítása, a műveletek közötti kapcsolatok megfigyelésén keresztül. A pontos feladatvégzés igényének fejlesztése. A figyelem terjedelmének és tartósságának növelése; tudatos, célirányos figyelem. A fejszámolás biztonságos használata. A szorzótáblák gyakorlása.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> kérdések, problémák, válaszok helyes megfogalmazása.

Írásbeli szorzás és osztás egy-és kétjegyű számmal.	<p>Analógiák felismerése, keresése, kialakítása.</p> <p>Írásbeli műveletek alkalmazás szintű felhasználása.</p> <p>A tanult műveletek elvégzésének gyakorlása, ellenőrzése.</p>	
Matematikai fejlesztőprogram használata.		
Összeg, különbség, szorzat, hányados becslése kerekített értékekkel.	<p>Jelek szerepe, használata.</p> <p>A becslés finomítása a tagok, tényezők, osztó, osztandó megfelelő kerekítésével.</p>	<i>Magyar nyelv és irodalom: jelek szerepe, használata.</i>
Műveleti tulajdonságok: tagok, tényezők felcserélhetősége, csoportosíthatósága, összeg és különbség, valamint szorzat és hányados változásai.	Változó helyzetek megfigyelése, műveletek tárgyi megjelenítése.	
Zárójel használata; összeg és különbség szorzása, osztása. Műveleti sorrend.	<p>Feladattartás és feladatmegoldási sebesség fejlesztése.</p> <p>Megismert szabályokra való emlékezés.</p> <p>Oktatóprogram alkalmazása a műveleti sorrend bemutatására.</p>	
Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása, ellenőrzés.	<p>Matematikai modellek megértése.</p> <p>Önértékelés, önellenőrzés.</p> <p>Gondolatmenet követése, oksági kapcsolatok keresése, megértése.</p>	
<p>Törtek fogalmának tapasztalati előkészítése.</p> <p>Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése, lejegyzése</p>	<p>Közös munka (páros, kis csoportos munka, csoportmunka), együttműködés vállalása.</p> <p>Törtekekkel kapcsolatos oktató program használata.</p>	

szöveggel, törtszámmal. Számológép, nevező, törtvonal.	Törtek előállítás hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.  Animáció lejátszása törtek előállításához.	
Szöveges feladatok. Többféle megoldási mód keresése.	A szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv készítése. Becslés.  Megoldás próbálgatással, számolással, következtetéssel. Ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. A szövegértéshez szükséges nyelvi, logikai szerkezetek fokozatos megismerése.  Adatok lejegyzése, rendezése, ábrázolása.  Összefüggések felismerése.  Válasz megfogalmazása szóban, írásban.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> az írott szöveg megértése, adatok keresése, információk kiemelése.
Római számok. A római számok története. Római számok írása, olvasása I, V, X, L, C, D, M jelekkel.	Irányított keresés római számok használatáról.	<i>Környezetismeret:</i> a lakóhely története; a római számok megfigyelése régi épületeken.
A gyerekeknek szóló legelterjedtebb elektronikus szolgáltatások megismerése.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Számszomszéd, kerekítés, közelítő érték, műveleti sorrend. Három- és négyjegyű szám. Tört szám, negatív szám. Becslés, ellenőrzés. Római szám. Alaki, helyi és valódi érték.	

### 3. Függvények, az analízis elemei

#### Fejlesztési célok:

- Matematikai modellek készítése.

– Sorozatok felismerése, létrehozása.

<b>Előzetes tudás</b>	<p>Sorozat szabályának felismerése, folytatása.</p> <p>Növekvő és csökkenő számsorozatok.</p> <p>Szám párok közötti kapcsolatok felismerése.</p>
-----------------------	--

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Sorozat szabályának felismerése.	<p>Adott szabályú sorozat folytatása.</p> <p>Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között.</p> <p>Sorozatok néhány hiányzó vagy megadott sorszámú elemének kiszámítása.</p> <p>Sorozatok képzési szabályának keresése, kifejezése szavakkal.</p> <p>Oktatóprogram használata sorozat szabályának felismeréséhez, folytatásához.</p> <p>A figyelem és a memória fejlesztése:</p> <p>Szabályfelismerés.</p> <p>Az önállóság fejlesztése a gondolkodási műveletek alkalmazásában.</p> <p>Az anyanyelv és a szaknyelv használatának fejlesztése.</p> <p>Adott utasítás követése, figyelem tartóssága.</p> <p>Saját gondolatok megfogalmazása, mások</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> periodicitás felismerése sordíszekben, népi motívumokban.</p>

	gondolatmenetének végighallgatása.	
Összefüggések, kapcsolatok táblázat adatai között.  Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése.	Kapcsolatok, szabályok keresése táblázat adatai között.  Táblázat adatainak értelmezése.  Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése, a folytatásra vonatkozó sejtések megfogalmazása.  Az általánosításra való törekvés. A kifejezőkészség alakítása: világos, rövid fogalmazás.  Az absztrakciós képesség alapozása.	<i>Környezetismeret:</i> adatok gyűjtése az állatvilágból (állati rekordok).  <i>Testnevelés és sport:</i> sporteredmények, mint adatok.
Grafikonok.	Grafikonok adatainak leolvasása.  Grafikonok készítése. Matematikai összefüggések felismerése.	<i>Környezetismeret:</i> hőmérsékleti grafikonok készítése.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Táblázat, grafikon. Sorozat. Szabály, kapcsolat.	

#### 4. Geometria, mérések

##### Fejlesztési célok:

- Térbeli és síkbeli tájékozódás továbbfejlesztése.
- Feltételeknek megfelelő alkotások elképzelése elkészítésük előtt, a tényleges alkotás összevetése az elképzelttel.
- A matematika és a valóság kapcsolatának építése.
- Mérőeszközök és mértékegységek önálló használata.
- Érzékelés, észlelés pontosságának fejlesztése.
- A szimmetria felismerése a valóságban: tárgyakon, természetben, művészeti alkotásokon.
- Esztétikai érzék fejlesztése.

– A körző és a vonalzó célszerű használata.

<b>Előzetes tudás</b>	<p>Vonalak (egyenes, görbe).</p> <p>Térbeli alakzatok.(kocka, téglatest)</p> <p>A test és a síkidom megkülönböztetése.</p> <p>Szimmetria: tengelyesen szimmetrikus alakzatok megfigyelése.</p> <p>A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése. A szabvány mértékegységek: cm, dm, m, km, cl, dl, l, hl, g, dkg, kg, t, másodperc, perc, óra, nap, hét, hónap, év. Átváltások szomszédos mértékegységek között. Mennyiségek közötti összefüggések felismerése. Mérőeszközök használata.</p>
-----------------------	---

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Egyenesek kölcsönös helyzetének megfigyelése tapasztalati úton: metsző és párhuzamos egyenesek.</p> <p>A szakasz fogalmának előkészítése.</p> <p>A szakasz és mérése.</p>	<p>Tapasztalatszerzés, érvelés.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat: hajtogatás.</i></p>
<p>Háromszög, négyzet és téglalap felismerése.</p> <p>A téglalap és négyzet tulajdonságai: csúcsok száma, oldalak száma.</p>	<p>Háromszögek, négyszögek előállítása rajzolással szabadon vagy egy-két tulajdonság megadásával.</p> <p>Egyedi tulajdonságok kiemelése.</p> <p>Formafelismerés, azonosítás, megkülönböztetés.</p>	<p><i>Vizuális kultúra: mozaikkép alkotása előre elkészített háromszögek, négyszögek felhasználásával.</i></p>
<p>A képszerkesztő program néhány rajzeszközének ismerete, a funkciók azonosítása, gyakorlati</p>	<p>A tanult síkidomok rajzolása képszerkesztő program segítségével.</p> <p>A feladat megoldásához</p>	

<p>alkalmazása.</p> <p>Egyszerű rajzok, ábrák elkészítése.</p> <p>A rajzos dokumentum nyomtatása.</p>	<p>szükséges, mások által összeépített alkalmazói környezet használata.</p>	
<p>A téglalap és a négyzet területének kiszámítása.</p>	<p>Ismeretek alkalmazása az újabb ismeretek megszerzésében.</p>	<p><i>Környezetismeret:</i> kerületszámítás a közvetlen környezetünkben (szoba, kert)</p>
<p>Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel.</p> <p>A területszámítás fogalmának előkészítése.</p>	<p>Többféle megoldási mód keresése, az alternatív megoldások összevetése.</p>	<p><i>Környezetismeret:</i> tapasztalatgyűjtés a mindennapi életből pl. szőnyegezés, burkolás a lakásban, kertben.</p>
<p>A kör fogalmának tapasztalati előkészítése.</p>	<p>A körző használata (játékos formák készítése). Kör létrehozása, felismerése, jellemzői.</p>	<p><i>Ének-zene:</i> körjátékok.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> a kör megjelenése művészeti alkotásokban.</p>
<p>Az egybevágóság fogalmának előkészítése.</p>	<p>Tengelyesen tükrös alakzatok létrehozása tevékenységgel. Az alkotóképesség fejlesztése.</p> <p>Megfigyelések kifejezése válogatással, megfogalmazással.</p> <p>A pontosság igényének felkeltése.</p> <p>Geometriai dinamikus szerkesztőprogram használata interaktív táblán.</p>	<p><i>Környezetismeret:</i> szimmetria a természetben.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> szimmetria a műalkotásokban.</p>
<p>Tájékozódás síkban, térben.</p>	<p>Tájékozódás pl. az iskolában és környékén. Mozgássor</p>	<p><i>Környezetismeret:</i> tájékozódás közvetlen</p>



	<p>megisméltése, mozgási memória fejlesztése.</p> <p>Térbeli tájékozódási képességet fejlesztő, egyszerű. rajzolóprogramok bemutatása.</p> <p>Egyszerű problémák megoldása részben tanári segítséggel, részben önállóan.</p>	<p>környezetünkben. Égtájak ismeretének gyakorlati alkalmazása.</p>
<p>Testek geometriai tulajdonságai, hálója.</p>	<p>Testek építése szabadon és adott feltételek szerint.</p> <p>Térbeli tájékozódási képességet fejlesztő, egyszerű. rajzolóprogramok bemutatása.</p> <p>Egyszerű problémák megoldása részben tanári segítséggel, részben önállóan.</p> <p>Testek szétválogatása egy-két tulajdonság szerint.</p> <p>Alkotóképesség fejlesztése.</p> <p>Kreatív gondolkodás fejlesztése. Térlátás fejlesztése az alakzatok különféle előállításával.</p> <p>Sík- és térgeometriai megfigyelések elemzése, megfogalmazása a tanult matematikai szaknyelv segítségével.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> dobozokból bútorok építése.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> a körülöttünk lévő mesterséges és természetes környezet formavilágának megfigyelése és rekonstrukciója.</p>
<p>Téglatest és kocka jellemzői. Rubik-kocka. Testháló kiterítése téglatest, kocka esetében.</p>	<p>Megfigyelés, tulajdonságok számbavétele.</p> <p>Összehasonlítás, azonosságok, különbözőségek megállapítása.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> dobókocka, téglatest alakú doboz készítése.</p>

	Finommotoros mozgáskoordinációk fejlesztése.	
Készségfejlesztő oktatóprogramok, logikai játékok indítása, használata önállóan vagy segítséggel, belépés és szabályos kilépés a programból.	Számítógépes játékok, egyszerű fejlesztő szoftverek megismertetése.	
A gömb felismerése, jellemzői.	Tapasztalatgyűjtés. A gömb létrehozása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> gyurma vagy kókuszgolyó készítése.  <i>Környezetismeret:</i> gömb alakú gyümölcsök.  <i>Testnevelés és sport:</i> labdák.
Mérések alkalmi egységekkel.  Mérés szabvány egységekkel: mm, km, ml, cl, hl, g, t.	Összehasonlítások végzése a valóság tárgyairól, alakzatokról, dolgokról.  Mennyiségi jellemzők felismerése, a különbségek észrevétele.  Adott tárgy, elrendezés, kép más nézőpontból való elképzelése.	<i>Környezetismeret:</i> gyakorlati mérések közvetlen környezetünkben (tömeg-, hosszúságmérés).  Csomagolóanyagok, dobozok tömege.
Az idő mérése: másodperc.	Tájékozódás az időben:  a múlt, jelen, jövő, mint folytonosan változó fogalmak, pl. előtte, utána, korábban, később megértése, használata.  Időtartam mérése egyenletes tempójú mozgással, hanggal, szabványos egységekkel (másodperc, perc, óra, nap, hét, hónap, év).  Fejlesztőprogram használata	<i>Testnevelés és sport:</i> időre futás.  <i>Ének-zene:</i> metronóm.  <i>Környezetismeret, technika, életvitel és gyakorlat:</i> napirend, családi ünnepek, események ismétlődése.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> változó helyzetek, időben lejátszódó történetek megfigyelése, az időbeliség

	méréshez. A családban történtek elhelyezése az időben.	tudatosítása.
Egység és mérőszám kapcsolata. Mérés az egységek többszöröseivel. Át- és beváltások végrehajtott mérések esetén. Átváltások szomszédos mértékegységek között. A mértékegységek használata és átváltása szöveges és számfeladatokban.	A pontosság mértékének kifejezése gyakorlati mérésekben. A mértékegység és mérőszám kapcsolata, összefüggésük megfigyelése és elmélyítése. Mérések a gyakorlatban, mérések a családban. Fejlesztőprogram használata mértékegységek átváltásához.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> elkészíthető munkadarabok megtervezése mérés és modellezés segítségével.  <i>Környezetismeret;</i> technika, <i>életvitel és gyakorlat:</i> háztartásban használatos gyakorlati mérések (sütés-főzés hozzávalói).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Metsző és párhuzamos egyenesek, szakasz, szög, háromszög, téglalap, négyzet, kerület, terület, téglatest, kocka, testháló, tükrös alakzat, időpont, időtartam, kör, gömb, mértékegység, tonna, másodperc, km, mm.	

## 5. Statisztika, valószínűség

### Fejlesztési célok:

- Rendszerszemlélet, valószínűségi és statisztikai gondolkodás alapozása.
- A problémamegoldó gondolkodás fejlesztése.

<b>Előzetes tudás</b>	Adatokról megállapítások megfogalmazása. Valószínűségi megfigyelések, játékok kísérletek. Tapasztalatszerzés a véletlenről és a biztosról.
-----------------------	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adatok megfigyelése,	Tapasztalatok szerzésével	<i>Környezetismeret:</i>

gyűjtése, rendezése, rögzítése, ábrázolása grafikonon.	későbbi fogalomalkotás előkészítése.  A képi grafikus információk feldolgozása, forráskezelés.	meteorológiai adatok lejegyzése, ábrázolása.
Számítási közép, átlag fogalmának bevezetése.	Néhány szám számítási közepének értelmezése, az „átlag” fogalmának bevezetése, használata adatok együttesének jellemzésére.	<i>Környezetismeret:</i> hőmérsékleti és csapadékatlagok.
A biztos, a lehetséges és a lehetetlen események.	Próbálgatások, sejtések, indoklások, tippelések, tárgyi tevékenységek.  A lehetséges és lehetetlen tapasztalati úton való értelmezése. A biztos és véletlen megkülönböztetése.	
Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések. Gyakoriság. Oszlopdiagram.  A valószínűség fogalmának tapasztalati előkészítése.	Események gyakoriságának megállapítása kísérletek végzésével, ábrázolása oszlopdiagramon.  Sejtés megfogalmazása adott számú kísérletben.  A kísérleti eredmények összevetése a sejtéssel, az eltérés megállapítása és magyarázata.  A gyakoriság, a valószínű, kevésbé valószínű értelmezése gyakorlati példákon. Információszerzés az internetről, irányított keresés. Diagramokhoz kapcsolódó információk keresése, értelmezése.	<i>Környezetismeret:</i> természeti jelenségek előfordulása és valószínűsége.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a kifejezőképesség alakítása (világos, rövid megfogalmazás).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valószínű, biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos. Átlag. Grafikon, oszlopdiagram. Gyakoriság.	

## A fejlesztés várt eredményei a 4. évfolyam végén

### *A tanuló*

- tud adott tulajdonságú elemeket halmazba rendezni,
- felismeri, megnevezi a halmazba tartozó elemek közös tulajdonságait,
- képes annak eldöntésére, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba,
- értelmezése a változást egyszerű matematikai tartalmú szövegben,
- próbálgatással képes az összes eset megtalálására,
- tud számokat írni, olvasni 10 000-es számkörben,
- ismeri és helyesen alkalmazza a helyi érték, alaki érték, valódi érték fogalmakat 10 000-es számkörben,
- tud római számokat írni, olvasni 1000-es számkörben (I, V, X, L, C, D, M);
- helyesen értelmezi a negatív számokat a mindennapi életben modell (hőmérséklet, adósság) segítségével,
- képes 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezésére, lejegyzésére, előállítására, hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel,
- tud természetes számokat nagyság szerinti összehasonlítani 10 000-es számkörben,
- képes mennyiségek közötti összefüggések észrevételére tevékenységeken keresztül,
- alkalmazza az ésszerű becslést és a kerekítést a matematika különböző területein,
- tud fejben számolni száz-as számkörben,
- biztos ismeri a szorzótáblát 100-as számkörben,
- ismeri az összeg, különbség, szorzat, hányados fogalmát,
- alkalmazza a műveletek tulajdonságait, tagok, illetve tényezők felcserélhetőségét,
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveletvégzés sorrendjét,
- képes négyjegyű számok összeadására, kivonására, szorozni kétjegyű, osztani egyjegyű számmal írásban,
- tudja a műveletek helyességének ellenőrzését,
- képes szöveges feladat megoldására a megoldási algoritmus (a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata) alkalmazásával,

- ismeri és helyesen használja a többszörös, osztó, maradék fogalmát,
- felismeri a növekvő és csökkenő számsorozatokat, tudja azokat folytatni,
- képes összefüggések keresésére az egyszerű sorozatok elemei között,
- tudja megfogalmazni a szabályt egyszerű formában, a hiányzó elemeket pótolja,
- képes egyenesek kölcsönös helyzetének felismerésére (metsző és párhuzamos egyenesek),
- ismeri a szabvány mértékegységeket: mm, km, ml, cl, hl, g, t, másodperc. Tud átváltásokat végezni szomszédos mértékegységek között,
- képes egyszerű gyakorlati példákban a hosszúság, távolság és idő mérésére,
- létrehoz háromszöget, négyzetet, téglalapot, egyéb sokszöget egyszerű módszerekkel, felismerési, megnevezi jellemzőiket,
- ismeri a kör fogalmát,
- megértési a test és a síkidom közötti különbséget,
- felismerés és létrehoz kockát és téglatestet, megnevezi jellemzőiket,
- felismerési a gömböt,
- hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel előállít tükrös alakzatokat,
- tudja kiszámítani a négyzet és a téglalap területét,
- képes a négyzet, téglalap területének mérésére különféle egységekkel, területlefedéssel,
- képes tapasztalati adatok lejegyzésére, táblázatba rendezésére, a táblázat adatainak értelmezésére,
- képes adatgyűjtésre, adatok lejegyzésére, diagram leolvasására,
- értelmezése a valószínűségi játékok, kísérletek során a biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos fogalmakat,
- tanári segítséggel használja az életkorának megfelelő oktatási célú programokat,
- ismer egy rajzoló programot; tud egyszerű ábrákat elkészíteni, színezni,
- együttműködik az interaktív tábla használatánál

# Általános iskola 5-8. évfolyama

A felső tagozaton az eddig megszerzett tudást és kompetenciákat kell elmélyíteni és kiterjeszteni. A mindennapi élet problémamegoldásához szükséges képességek és ismeretek elsajátítása mellett legalább ugyanilyen fontos, hogy a matematikatanulás szolgálja egy jól működő gondolkodásmód, egy tanulási stratégia, ítélőképesség, megértés és sok általánosabb pozitív emberi tulajdonság formálását is.

Fontos feladat a tanulás tanítása, az elsajátítás képességének (emlékezet, figyelem, koncentráció, lényegkiemelés stb.) fejlesztése. Meg kell ismertetni a matematika bevált tanulási módszereit.

A matematikai gondolkodásmódot fel kell használni a problémamegoldások során. Ehhez szükséges megfelelő szemléltető ábrákat, diagramokat, grafikonokat készíteni, ilyeneket értelmezni, elemezni és felhasználni; halmazokat jellemezni, szabályszerűségeket észrevenni, általánosító sejtéseket, állításokat megfogalmazni.

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladatunk. Ehhez szükséges másokkal problémamegoldásban együttműködni, gondolatainkat, a megismert fogalmakat rendszerezni. A modellalkotás fontos eszköz, amely segítséget nyújt a problémák megoldásában. Fontos, hogy a tanulók a modellalkotásaik során a megértett és megtanult fogalmakat és eljárásokat fel tudják használni, és a modellekbe szervesen be tudják építeni. Szükséges, hogy problémahelyzetet leíró szöveg alapján a probléma lényegét felismerjék, majd annak megfelelő, a probléma megoldását elősegítő modelleket alkossanak. Fokozatosan fejleszteni kell a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását.

## Tananyagbeosztás

Témakörök	5. évfolyam heti 4 óra	6. évfolyam heti 4 óra	7. évfolyam heti 3 óra	8. évfolyam heti 4 óra
Gondolkodási módsz.	3+foly.	3+foly.	8 + foly.	10 + foly.
Számтан, algebra	78	78	41	60
Geometria	38	38	32	42
Függvények, sorozatok	9	9	13	15
Statisztika, valószínűség	6	6	5	7
Ismétlés, ellenőrzés	10	10	9	11
Összesen	144	144	108	144

# 5. évfolyam

5. osztályban bővül a számkör a nagy számokkal, törtekkel, egész számokkal. A tanulók rendszerezik és elmélyítik a műveletekkel kapcsolatos ismereteket, különös tekintettel a műveletek fogalmára, a szöveges feladatok matematikai modelljének megalkotására. Gyakorolják a hétköznapi életben előforduló mennyiségek becslését, más, tanult mértékegységbe való átváltását. Tájékozódnak síkban és térben, megismerik az egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat. Fejlődik az alaklátásuk, térszemléletük.

A tartalom spirális felépítése és a több éven áthúzódó folyamatos fejlesztési feladatok miatt a különböző évfolyamokon azonos címmel is szerepelhetnek témakörök, fejezetek. Természetesen a feldolgozás szintje, a fogalmak és az alkalmazás mélysége az egyes évfolyamokon változik.

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>Órakeret 3 folyamatos</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba.</p> <p>A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának eldöntése.</p> <p>Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).</p>	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése.</p> <p>A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése, értelmes, interaktív használatának fejlesztése.</p> <p>A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése.</p> <p>Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése.</p> <p>Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása.</p> <p>Kommunikáció fejlesztése.</p> <p>A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye.</p>	



Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Elemek elrendezése, rendszerezése adott szempont(ok) szerint.</p> <p>Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.</p> <p>Néhány elem kiválasztása.</p>	<p>A kombinatorikus gondolkodás, a célirányos figyelem kialakítása, fejlesztése.</p>	
<p>Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján.</p> <p>A részhalmaz fogalma.</p> <p>Két véges halmaz közös része.</p> <p>Két véges halmaz egyesítése.</p>	<p>A helyes halmazszemlélet kialakítása.</p> <p>A megfigyelőképesség fejlesztése:</p> <p>Tárgyak tulajdonságainak kiemelése, összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés, osztályokba sorolás, tulajdonságok szerint, az érzékszervek tudatos működtetésével.</p> <p>A közös tulajdonságok felismerése, tagadása.</p>	
<p>Változatos tartalmú szövegek értelmezése.</p> <p>Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nem nagyobb, nem kisebb, nagyobb; több; kevesebb; nem; és; vagy; minden; van olyan, legalább, legfeljebb).</p>	<p>Értő, elemző olvasás fejlesztése.</p> <p>Kommunikáció fejlesztése a nyelv logikai elemeinek használatával.</p> <p>A lényegkiemelés, a szabálykövető magatartás fejlesztése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.</p>
<p>A tanultakhoz kapcsolódó igaz és hamis állítások.</p>	<p>A matematikai logika nyelvének megismerése, tudatosítása.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényegkiemelés képességének fejlesztése.</p>
<p>Megoldások megtervezése,</p>	<p>Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének a</p>	

eredmények ellenőrzése.	kialakítása.	
Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban.  Definíció megértése és alkalmazása.	Kommunikációs készség, lényegkiemelés fejlesztése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> lényegkiemelés fejlesztése.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, közös rész, igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, legalább, legfeljebb.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 78 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Római számok írása, olvasása. Negatív számok a mindennapi életben (hőmérséklet, adósság).</p> <p>Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése. Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok, kerekítés. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása.</p> <p>A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése. Átváltások szomszédos mértékegységek között. Mérőeszközök használata.</p> <p>Matematikai jelek: +, -, •, :, =, &lt;, &gt;, ( ).</p> <p>A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Fejben számolás száz-as számkörben. A szorzó- és bennfoglaló tábla biztos tudása. Összeg, különbség, szorzat, hányados fogalma. Műveletek tulajdonságai, tagok, illetve tényezők felcserélhetősége. Műveleti sorrend.</p> <p>Négyjegyű számok összeadása, kivonása, szorzás és osztás egy- és kétjegyű számmal írásban. Műveletek ellenőrzése.</p> <p>Szöveges feladat: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási</p>	

	<p>terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata.</p> <p>Páros és páratlan számok, többszörös, osztó, maradék fogalma.</p> <p>Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.</p>
<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése, készségszintre emelése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása.</p> <p>Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges megoldás összevetése. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével.</p> <p>Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése.</p> <p>Pénzügyi ismeretek alapozása.</p> <p>Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Természetes számok milliós számkörben, egészek, törtek, tizedes törtek.</p> <p>Alaki érték, helyi érték.</p> <p>Számlálás, számolás. Hallott számok leírása, látott számok kiolvasása.</p> <p>Számok ábrázolása számegyenesen.</p>	<p>Számfogalom mélyítése, a számkör bővítése.</p> <p>Kombinatorikus gondolkodás alapelemeinek alkalmazása számok kirakásával.</p>	
<p>Negatív szám értelmezése:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– adósság,</li> <li>– fagypon alatti hőmérséklet,</li> <li>– földrajzi adatok</li> </ul>	<p>Készpénz, adósság fogalmának továbbfejlesztése.</p> <p>Mélységek és magasságok értelmezése matematikai szemlélettel.</p>	<p><i>Természetismeret; hon- és népismeret; földrajzi adatok vizsgálata. Történelem, társadalmi és</i></p>

(magasságok, mélységek).		<i>állampolgári ismeretek:</i> időtartam számolása időszámítás előtti és időszámítás utáni történelmi eseményekkel.
Összeadás, kivonás szóban, (fejben) és írásban, szemléltetés számegyenesen.  Ellentett, abszolút érték.	Számolási készség fejlesztése.	<i>Természetismeret:</i> összehasonlítás, számolás földrajzi adatokkal: tengerszint alatti mélység, tengerszint feletti magasság szűkebb és tágabb környezetünkben (a Földön).
Közönséges tört fogalma.	A közönséges tört szemléltetése, kétféle értelmezése, felismerése szöveges környezetben.	
Tizedes tört fogalma.  A tizedes törtek értelmezése. Tizedes törtek jelentése, kiolvasása, leírása.	Helyiérték-táblázat használata.  Mennyiségek kifejezése tizedes törtekkel: dm, cl, mm...	
Egész számok, pozitív törtek helye a számegyenesen, nagyságrendi összehasonlítások.	Matematikai jelek értelmezése (<, >, = stb.) használata.	
Összeadás, kivonás az egészek és a pozitív törtek körében.  Természetes számmal szorzás, osztás a törtek körében (0 szerepe a szorzásban, osztásban).	Számolási készség fejlesztése.  A műveletekhez kapcsolódó ellenőrzés igényének és képességének fejlesztése. Önellenőrzés, önismeret fejlesztése.	
Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel.	A műveletfogalom mélyítése. A számolási készség fejlesztése gyakorlati feladatokon keresztül.	
Összeg, különbség, szorzat, hányados változásai.	Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető	

	<p>magatartás fejlesztése.</p> <p>Algoritmikus gondolkodás fejlesztése.</p>	
<p>Műveleti tulajdonságok, a helyes műveleti sorrend.</p> <p>Műveletek eredményeinek előzetes becslése, ellenőrzése, kerekítése.</p>	<p>Egyszerű feladatok esetén a műveleti sorrend helyes alkalmazási módjának felismerése, alkalmazása. Az egyértelműség és a következetesség fontossága.</p> <p>Az ellenőrzési és becslési igény fejlesztése.</p>	
<p>Szorzásra, osztásra vezető, az egységhez viszonyított egyszerű arányos következtetések.</p> <p>A mindennapi életben felmerülő, egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel.</p>	<p>A következtetési képesség fejlesztése.</p> <p>Értő, elemző olvasás fejlesztése.</p> <p>Annak megfigyeltetése, hogy az egyik mennyiség változása milyen változást eredményez a hozzá tartozó mennyiségnél.</p>	<p><i>Hon- és népismeret; természetismeret:</i></p> <p>Magyarország térképéről méretarányos távolságok meghatározása.</p> <p>A saját település, szűkebb lakókörnyezet térképének használata.</p>
<p>Szabványmértékegységek és átváltásuk: hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg.</p> <p>Matematikatörténeti érdekességek: a hatvanas számrendszer kapcsolata idő mérésével.</p>	<p>Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzésének fejlesztése (pl. napirend, vásárlás).</p> <p>Az arányosság felismerése mennyiség és mérőszám kapcsolata alapján.</p> <p>Kreatív gondolkodás fejlesztése. Mennyiségi következtetés, becslési készség fejlesztése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> főzésnél a tömeg, az űrtartalom mérése.</p> <p><i>Hon- és népismeret; természetismeret:</i></p> <p>ősi magyar mértékegységek.</p>
<p>Szöveges feladatok megoldása.</p> <p>Egyszerű matematikai problémát tartalmazó rövidebb és hosszabb szövegek feldolgozása.</p>	<p>Szövegértés fejlesztése: Egyszerű matematikai problémát tartalmazó és a mindennapi élet köréből vett szövegek feldolgozása.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> olvasási és megértési stratégiák kialakítása (szövegben megfogalmazott</p>

	<p>Algoritmikus gondolkodás fejlesztése, gondolatmenet tagolása.</p> <p>Emlékezés elmondott, elolvasott történetekre, emlékezést segítő ábrák, vázlatok, rajzok készítése, visszaolvasása.</p>	<p>helyzet, történés megfigyelése, értelmezése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása).</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> elképzelt történetek vizuális megjelenítése különböző eszközökkel.</p>
Osztó többszörös fogalma, meghatározása egyszerű esetekben.		
Osztó, többszörös alkalmazása.	<p>A tanult ismeretek felhasználása a törtek egyszerűsítése, bővítése során.</p> <p>Számolási készség fejlesztése.</p>	
Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.	<p>Számolási készség fejlesztése.</p> <p>Feladatok a mindennapi életből: lakás festése, járólapozása, tejes doboz térfogata, teásdoboz csomagolása stb.</p>	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	<p>Tízese számrendszer, helyi érték, alaki érték, számegyenes, összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, osztandó, osztó, hányados, maradék. Közös osztó, közös többszörös. Kerekítés, becslés, ellenőrzés.</p> <p>Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték.</p> <p>Közönséges tört, számláló, nevező, közös nevező, tizedes tört. Mértékegységek.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, az analízis elemei	Órakeret 9 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Szabályfelismerés, szabálykövetés.  A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása.  Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. Probléma felismerése.  Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Helymeghatározás gyakorlati szituációkban, konkrét esetekben.  A Descartes-féle derékszögű koordinátarendszer.  <i>Matematikatörténet:</i> Descartes.	Megadott pont koordinátáinak leolvasása, illetve koordináták segítségével pont ábrázolása a Descartes-féle koordináta-rendszerben.  Sakklépések megadása, torpedó játék betű-szám koordinátákkal. Osztálytermi ülésrend megadása koordinátarendszerrel.  Tájékozódási képesség fejlesztése.	<i>Természetismeret:</i> tájékozódás a térképen.
Egyszerű grafikonok értelmezése.	Eligazodás a mindennapi élet egyszerű grafikonjaiban.	<i>Természetismeret:</i> időjárás grafikonok.
Sorozat megadása a képzés szabályával, illetve néhány elemével.  Példák konkrét sorozatokra.  Sorozatok folytatása adott	Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	

szabály szerint.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Sorozatok, koordináta-rendszer, táblázat, grafikon.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 38 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Vonalak (egyenes, görbe). Hosszúság és távolság mérése (egyszerű gyakorlati példák).</p> <p>Háromszög, négyzet, téglalap, jellemzői. Kör létrehozása, felismerése, jellemzői.</p> <p>Egyszerű tükrös alakzat, tengelyes szimmetria felismerése.</p> <p>A test és a síkidom megkülönböztetése. Kocka, téglalap, jellemzői.</p> <p>Négyzet, téglalap kerülete. Mérés, kerületszámítás, mértékegységek.</p> <p>Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása.</p> <p>A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése.</p> <p>Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: adatfelvétel, vázlatrajz, megszerkeszthetőség vizsgálata, szerkesztés).</p> <p>Számolási készség fejlesztése.</p> <p>A szaknyelv helyes használatának fejlesztése.</p> <p>A geometriai jelölések pontos használata.</p> <p>Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.</p>	



Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A tér elemei: pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.	A tanult térelemek felvétele és jelölése.	
Párhuzamosság, merőlegesség, konvexitás. Síkidomok, sokszögek (háromszögek, négyszögek) szemléletes fogalma.	Síkidomok, tulajdonságainak vizsgálata, közös tulajdonságok felismerése.	<i>Vizuális kultúra:</i> párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben.  <i>Hon- és népismeret:</i> népművészeti minták, formák.
A távolság szemléletes fogalma, adott tulajdonságú pontok keresése. Két pont, pont és egyenes távolsága. Két egyenes távolsága. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok.	Körző, vonalzó helyes használata, két vonalzóval párhuzamosok, merőlegesek rajzolása.  Törekvés a szaknyelv helyes használatára (legalább, legfeljebb, nem nagyobb, nem kisebb...)	<i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.
Kör, gömb szemléletes fogalma. Sugár, átmérő.	Körök, minták megjelenésének vizsgálata a környezetünkben, előfordulásuk a művészetekben és a gyakorlati életben.  Díszítőminták szerkesztése körzővel.	<i>Természetismeret:</i> földgömb.  <i>Testnevelés és sport:</i> tornaszerek: (labdák, karikák stb.).  <i>Vizuális kultúra:</i> építészetben alkalmazott térlefedő lehetőségek (kupolák, víztornyok stb.).
A szög fogalma, mérése.	Szögmérő használata. Fogalomalkotás képességének	<i>Történelem,</i> <i>társadalmi és</i>

<p>Szögfajták.</p> <p>A szög jelölése, betűzése.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> görög betűk használata a szögek jelölésére, a hatvanas számrendszer kapcsolata a szög mérésével.</p>	<p>kialakítása, fejlesztése.</p> <p>Törekvés a pontos munkavégzésre.</p> <p>Az érdeklődés felkeltése a matematika értékeinek, eredményeinek megismerésére.</p>	<p><i>állampolgári ismeretek:</i> görög „abc” betűinek használata.</p>
<p>Téglalap, négyzet rajzolása.</p>	<p>Gyakorlati példák a fogalmak mélyebb megértéséhez.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat; vizuális kultúra:</i> párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben (sínpár, épületek, bútorok, képkeretek stb. élei).</p>
<p>Téglalap, négyzet kerülete, területe.</p>	<p>Adott alakzatok kerületének, területének meghatározása méréssel, számolással.</p> <p>Számolási készség fejlesztése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Udvarok, telkek kerülete. Az iskola és az otthon helyiségeinek alapterülete.</p>
<p>Háromszög, négyszög sokszög belső és külső szögeinek összege.</p>	<p>A belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek megszerzése tapasztalati úton.</p> <p>Az összefüggések megfigyeltetése méréssel,</p> <p>Megfigyelőképesség fejlesztése.</p>	
<p>Sokszögek kerülete.</p>	<p>Kerület meghatározása méréssel, számolással.</p> <p>A matematika és gyakorlati élet közötti kapcsolat felismerése.</p>	
<p>Kocka, téglatest tulajdonságai, hálója.</p> <p>Téglatest (kocka) felszínének és</p>	<p>Testek építése, tulajdonságaik vizsgálata.</p> <p>Rendszerező képesség,</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> téglatest készítése, tulajdonságainak</p>

térfogatának kiszámítása.	halmazszemlélet fejlesztése. Testek csoportosítása adott tulajdonságok alapján. Térszemlélet fejlesztése térbeli analógiák keresésével.	vizsgálata. <i>Vizuális kultúra:</i> egyszerű tárgyak, geometriai alakzatok tervezése, makettek készítése.
Derékszögű háromszög területe. Terület meghatározás átdarabolással.	Megfigyelőképesség fejlesztése.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, merőlegesség, párhuzamosság, szögfajták. Távolság. Síkídom, sokszög, kör, test, csúcs, él, lap, szög, gömb. Konvexitás. Kerület, terület, felszín, testek hálójája, térfogat.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Statisztika, valószínűség</b>	<b>Órakeret 6 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések. Biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi játékok és kísérletek dobókockák, pénzérmék segítségével.	<p>Valószínűségi és statisztikai alapfogalmak szemléleti alapon történő kialakítása.</p> <p>A figyelem tartósságának fejlesztése.</p> <p>Kommunikáció és együttműködési készség fejlesztése a páros, ill. csoportmunkákban.</p> <p>Valószínűségi kísérletek végrehajtása.</p>	
Adatok tervszerű gyűjtése, rendezése. Egyszerű diagramok, értelmezése, táblázatok olvasása, készítése.	<p>Tudatos és célirányos figyelem gyakorlása.</p> <p>Elemzőképesség fejlesztése a napi sajtóban, különböző kiadványokban található grafikonok, táblázatok felhasználásával.</p>	
Átlagszámítás néhány adat esetén (számítási közép).	<p>Az átlag lényegének megértése.</p> <p>Számolási készség fejlődése.</p>	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Adat, diagram, átlag.	

<p><b>A fejlesztés várt eredményei az 5. évfolyam végén</b></p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján, részhalmaz felírása, felismerése.</li> <li>– Két véges halmaz közös része, két véges halmaz egyesítése, ezek felírása, ábrázolása.</li> <li>– Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.</li> <li>– Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.</li> </ul>
---	--

- Állítások igazságának eldöntésére, igaz és hamis állítások megfogalmazása.
- Összehasonlításhoz szükséges kifejezések helyes használata.
- Néhány elem összes sorrendjének felsorolása.

### *Számtan, algebra*

- Racionális számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen.
- Ellentett, abszolút érték felírása.
- Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.
- Két-három műveletet tartalmazó műveletsor eredményének kiszámítása, a műveleti sorrendre vonatkozó szabályok ismerete, alkalmazása. Zárójelek alkalmazása.
- Szöveges feladatok megoldása következtetéssel.
- Becslés, ellenőrzés segítségével a kapott eredmények helyességének megítélése.
- A hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg szabványmértékegységeinek ismerete. Mértékegységek egyszerűbb átváltásai gyakorlati feladatokban. Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.

### *Összefüggések, függvények, sorozatok*

- Tájékozódás a koordináta-rendszerben: pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása.
- Egyszerűbb grafikonok, elemzése.
- Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint, szabályok felismerése, megfogalmazása néhány tagjával elkezdett sorozat esetén.

### *Geometria*

- Térelemek, félegyenes, szakasz, szögtartomány, sík, fogalmának ismerete.
- A geometriai ismeretek segítségével a feltételeknek megfelelő ábrák rajzolása. A körző, vonalzó célszerű használata.
- A tanult síkbeli és térbeli alakzatok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában.
- Téglalap kerületének és területének kiszámítása.
- A téglalap felszínének és térfogatának kiszámítása.
- A tanult testek térfogatának ismeretében mindennapjainkban

található testek térfogatának, űrmértékének meghatározása.

*Valószínűség, statisztika*

- Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.
- Néhány szám számtani közepének kiszámítása.
- Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása.

# 6. évfolyam

6. osztályban a törtek, negatív számok fogalmának szintézise, a műveletek kiterjesztése révén alakul a racionális számok halmazának fogalma. Az oszthatóság témakör jó lehetőséget ad a halmazokkal, a logikával kapcsolatos ismeretek alkalmazására. Az absztrakció fejlődését segíti elő a szöveges feladatok rajzos modelljeinek megalkotása. A problémamegoldás általános lépéseit követik a szöveges feladatok megoldásának lépései. A szimbolikus gondolkodás kialakulását segíti a transzformáció tanítása, az alakzatok tulajdonságainak megfigyelése, azok közötti összefüggések felfedezése. A 6. osztály egyik fő témája az arányossági szemlélet kialakítása, az egyenes arányosság, a törtrész-számítás, ezen alapulva a százalékszámítás tanítása következtetéssel. A szimbólumok használatát készíti elő a sorozatok alkotása képzési szabály alapján, az egyszerű nyitott mondatok felírása.

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>Órakeret 3+folyamatos</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. Részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része, egyesítése.  A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának eldöntése.  Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása az összes eset megtalálása (próbálgatással).	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése.  A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése, értelmes, interaktív használatának fejlesztése.  A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése.  Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése.  Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása.  Kommunikáció fejlesztése.	

	A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye.
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Elemek elrendezése, rendszerezése adott szempont(ok) szerint.</p> <p>Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.</p> <p>Néhány elem kiválasztása.</p>	<p>A kombinatorikus gondolkodás, a célirányos figyelem kialakítása, fejlesztése.</p>	
<p>Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján.</p> <p>A részhalmaz fogalom alkalmazása.</p> <p>Két véges halmaz közös részének, két véges halmaz egyesítésének alkalmazása.</p>	<p>A helyes halmazszemlélet alakítása.</p> <p>A megfigyelőképesség fejlesztése:</p> <p>Tárgyak tulajdonságainak kiemelése, összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés, osztályokba sorolás, tulajdonságok szerint, az érzékszervek tudatos működtetésével.</p> <p>A közös tulajdonságok felismerése, tagadása.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen.</p>
<p>Változatos tartalmú szövegek értelmezése.</p> <p>Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nagyobb; több; kevesebb; nem; és; vagy; minden; van olyan, legalább, legfeljebb).</p>	<p>Értő, elemző olvasás fejlesztése.</p> <p>Kommunikáció fejlesztése a nyelv logikai elemeinek használatával.</p> <p>A lényegkiemelés, a szabálykövető magatartás fejlesztése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.</p>
<p>Példák a biztos, a lehetséges és a lehetetlen bemutatására.</p> <p>A tanultakhoz kapcsolódó igaz és</p>	<p>A matematikai logika nyelvének megismerése, tudatosítása.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényegkiemelés</p>



hamis állítások.		képességének fejlesztése.
Megoldások megtervezése, eredmények ellenőrzése.	Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének a kialakítása.	
Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban.  Definíció megértése és alkalmazása.	Kommunikációs készség, lényegkiemelés fejlesztése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> lényegkiemelés fejlesztése.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, közös rész, igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen, legalább, legfeljebb.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 78 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Számok írása, olvasása (milliószámkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Római számok írása, olvasása. Negatív számok, egész számok.</p> <p>Törtek, tizedes törtek. Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok, kerekítés. Természetes számok, törtek, egész számok nagyság szerinti összehasonlítása. Törtek bővítése, egyszerűsítése.</p> <p>A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése. Átváltások mértékegységek között. Mérőeszközök használata.</p> <p>Matematikai jelek: +, -, •, :, =, &lt;, &gt;, ( ).</p> <p>A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Fejben számolás százszámkörben. A szorzó- és bennfoglaló tábla biztos tudása. Összeg, különbség, szorzat, hányados</p>	

	<p>fogalma. Műveletek tulajdonságai. Műveleti sorrend.</p> <p>Természetes számok összeadása, kivonása, szorzás és osztás egy- és kétjegyű számmal írásban. Törtek összeadása, kivonása, szorzása természetes számmal. Egész számok összeadása, kivonása. Műveletek ellenőrzése.</p> <p>Szöveges feladat: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata.</p> <p>Páros és páratlan számok, többszörös, osztó, maradék fogalma.</p>
<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése, készségszintre emelése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása.</p> <p>Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges megoldás összevetése. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével.</p> <p>Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése.</p> <p>Pénzügyi ismeretek alapozása.</p> <p>Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A negatív egész számok és a tizedes tört fogalmának mélyítése. Összevonás, szorzás, osztás az egész számok és a tizedes törtek körében.</p>	<p>Számolási készség fejlesztése.</p> <p>A műveletekhez kapcsolódó ellenőrzés igényének és képességének fejlesztése.</p> <p>Önellenőrzés, önismeret fejlesztése.</p>	
<p>Műveleti tulajdonságok, a helyes műveleti sorrend.</p> <p>Műveletek eredményeinek előzetes becslése, ellenőrzése, kerekítése.</p>	<p>Egyszerű feladatok esetén a műveleti sorrend helyes alkalmazási módjának felismerése, alkalmazása. Az egyértelműség és a következetesség fontossága.</p>	

	Az ellenőrzési és becslési igény fejlesztése.	
Közönséges tört fogalmának mélyítése. Negatív törtek, törtek a számegyenesen.	Matematikai jelek értelmezése (<, >, = stb.) használata.	<i>Ének-zene:</i> a törtszámok és a hangjegyek értékének kapcsolata.
Szorzás, osztás a törtek körében. A számok reciprokának fogalma.	Számolási készség fejlesztése. A műveletekhez kapcsolódó ellenőrzés igényének és képességének fejlesztése. Önellentőrzés, önismeret fejlesztése.	
A racionális számok halmaza. Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek.	A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal: természetes szám, racionális szám, pontos szám és közelítő szám.	
Egyszerű elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása következtetéssel, lebontogatással. A megoldások ábrázolása számegyenesen, ellenőrzés behelyettesítéssel.	Önálló problémamegoldó képesség kialakítása és fejlesztése. Állítások megítélése igazságértékük szerint. Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Ellenőrzési igény fejlesztése.	
Arányos következtetések. A mindennapi életben felmerülő, egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel. Egyenes arányosság.	A következtetési képesség fejlesztése. Értő, elemző olvasás fejlesztése. Annak megfigyeltetése, hogy az egyik mennyiség változása milyen változást eredményez a hozzá tartozó mennyiségnél. Arányérzék fejlesztése, a valóságos viszonyok becslése települések térképe alapján.	<i>Hon- és népismeret; természetismeret.</i> Magyarország térképéről méretarányos távolságok meghatározása. A saját település, szűkebb lakókörnyezet térképének használata.

		<i>Vizuális kultúra:</i> valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza.
<p>A százalék fogalmának megismerése gyakorlati példákon keresztül.</p> <p>Az alap, a százalékérték és a százalékláb értelmezése, megkülönböztetése.</p> <p>Egyszerű százalékszámítási feladatok arányos következtetéssel.</p>	<p>Az eredmény összevetése a feltételekkel, a becsült eredménnyel, a valósággal.</p>	<p><i>Természetismeret:</i></p> <p>százalékos feliratokat tartalmazó termékek jeleinek felismerése, értelmezése, az információ jelentősége.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; pénzügyi, gazdasági kultúra:</i> árfolyam, infláció, hitel, betét, kamat.</p>
<p>Szabványmértékegységek és átváltásuk: hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg.</p>	<p>Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzésének fejlesztése (pl. napirend, vásárlás).</p> <p>Az arányosság felismerése mennyiség és mérőszám kapcsolata alapján.</p> <p>Kreatív gondolkodás fejlesztése. Mennyiségi következtetés, becslési készség fejlesztése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> műszaki rajz készítésénél a mértékegységek használata, főzésnél a tömeg, az űrtartalom és az idő mérése.</p>
<p>Szöveges feladatok megoldása.</p> <p>Egyszerű matematikai problémát tartalmazó rövidebb és hosszabb szövegek feldolgozása.</p>	<p>Szövegértés fejlesztése: Egyszerű matematikai problémát tartalmazó és a mindennapi élet köréből vett szövegek feldolgozása.</p> <p>Algoritmikus gondolkodás fejlesztése, gondolatmenet tagolása.</p> <p>Emlékezés elmondott, elolvasott történetekre, emlékezést segítő ábrák, vázlatok, rajzok készítése,</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> olvasási és megértési stratégiák kialakítása (szövegben megfogalmazott helyzet, történés megfigyelése, értelmezése, lényeges és lényegtelen információk</p>

	<p>visszaolvasása.</p>	<p>szétválasztása).</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> elképzelt történetek vizuális megjelenítése különböző eszközökkel.</p>
<p>Oszthatóság fogalma. Egyszerű oszthatósági szabályok (2-vel, 3-mal, 5-tel, 9-cel, 10-zel, 100-zal).</p> <p>Két szám közös osztói, közös többszörösei.</p>	<p>Az osztó, többszörös fogalmának elmélyítése.</p> <p>Két szám közös osztóinak kiválasztása az összes osztóból.</p> <p>A legkisebb pozitív közös többszörös megkeresése.</p> <p>Számolási készség fejlesztése szóban (fejben).</p> <p>A bizonyítási igény felkeltése.</p>	<p><i>Testnevelés:</i> csapatok összeállítása.</p>
<p>Osztó, többszörös alkalmazása.</p>	<p>A tanult ismeretek felhasználása a törtek egyszerűsítése, bővítése során.</p> <p>Számolási készség fejlesztése.</p>	
<p>Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.</p>	<p>Számolási készség fejlesztése.</p> <p>Feladatok a mindennapi életből: lakás festése, járólapozása, tejes doboz térfogata, teásdoboz csomagolása stb.</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Oszthatóság, osztó, többszörös. Közös osztó, közös többszörös. Kerekítés, becslés, ellenőrzés. Arány, egyenes arányosság. Százalék, százalékérték, alap, százalékláb.</p> <p>Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték.</p> <p>Közönséges tört, számláló, nevező, közös nevező, reciprokok, tizedes tört, véges és végtelen szakaszos tizedes tört, racionális szám, egyenlet egyenlőtlenség. Mértékegységek.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, az analízis elemei	Órakeret 9 óra
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Szabályfelismerés, szabálykövetés.</p> <p>A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása.</p> <p>Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése.</p> <p>Koordináta-rendszer, pontok koordinátáinak leolvasása, koordinátákkal adott pontok ábrázolása.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. Probléma felismerése.</p> <p>Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A Descartes-féle derékszögű koordinátarendszer alkalmazása.	Tájékozódási képesség fejlesztése.	<i>Természetismeret:</i> tájékozódás a térképen, fokhálózat.
Táblázat hiányzó elemeinek pótlása ismert vagy felismert szabály alapján, ábrázolásuk grafikonon.	Összefüggések felismerése. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése: tapasztalati függvények, sorozatok alkotása. A helyes függvényszemlélet megalapozása.	
Egyszerű grafikonok értelmezése. Változó mennyiségek közötti kapcsolatok, ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben.	Megfigyelőképesség, összefüggések felismerésének képessége, rendszerező-képesség fejlesztése.	<i>Természetismeret:</i> időjárás grafikonok.

Gyakorlati példák elsőfokú függvényekre.  Az egyenes arányosság grafikonja.	Eligazodás a mindennapi élet egyszerű grafikonjaiban.	
Sorozat megadása a képzés szabályával, illetve néhány elemével.  Példák konkrét sorozatokra.  Sorozatok folytatása adott szabály szerint.	Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	<i>Testnevelés és sport; ének-zene; dráma és tánc</i> : ismétlődő ritmus, tánclépés, mozgás létrehozása, helymeghatározás a sportpályán.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Sorozat, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, táblázat, grafikon.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 38 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Vonalak (egyenes, görbe). Hosszúság és távolság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Kerület, terület mérése. Mennyiségek, mértékegységek.</p> <p>Négyzet, téglalap meghatározása, tulajdonságai, kerülete, területe. Kör létrehozása, felismerése, jellemzői.</p> <p>Egyszerű tükrös alakzat, tengelyes szimmetria felismerése.</p> <p>A test és a síkidom megkülönböztetése. Kocka, téglatest, jellemzői, felszíne, térfogata.</p> <p>Szög fogalma, mérése, fajtái.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása.	

	<p>A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése.</p> <p>Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: adatfelvétel, vázlatrajz, megszerkeszthetőség vizsgálata, szerkesztés).</p> <p>Számolási készség fejlesztése.</p> <p>A szaknyelv helyes használatának fejlesztése.</p> <p>A geometriai jelölések pontos használata.</p> <p>Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.</p>
--	--

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Párhuzamosság, merőlegesség, konvexitás felismerése, alkalmazása.</p> <p>Síkidomok, sokszögek (háromszögek, négyszögek) szemléletes fogalma.</p>	<p>Síkidomok, tulajdonságainak vizsgálata, közös tulajdonságok felismerése.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben.</p> <p><i>Hon- és népismeret:</i> népművészeti minták, formák.</p>
<p>A távolság szemléletes fogalma, adott tulajdonságú pontok keresése.</p> <p>Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Bolyai János, Bolyai Farkas</p>	<p>Körző, vonalzó helyes használata.</p> <p>Törekvés a szaknyelv helyes használatára (legalább, legfeljebb, nem nagyobb, nem kisebb...)</p> <p>Az érdeklődés felkeltése a matematika értékeinek, eredményeinek megismerésére.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</p>
<p>Kör tulajdonságainak alkalmazása. Húr, szelő, érintő</p>	<p>A körző használata.</p>	
<p>Két ponttól egyenlő távolságra</p>	<p>A problémamegoldó képesség fejlesztése. A problémamegoldó</p>	



levő pontok. Szakaszfelező merőleges.	képesség fejlesztése. Pontosság igényének fejlesztése.	
Szögmásolás, szögfelezés. Nevezetes szögek szerkesztése: 30°, 60°, 90°, 120°.	Törekvés a pontos munkavégzésre. A szerkesztés gondolatmenetének tagolása. Az érdeklődés felkeltése a matematika értékeinek, eredményeinek megismerésére.	<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: görög „abc” betűinek használata.</i>
Adott egyenesre merőleges szerkesztése. Adott egyenessel párhuzamos szerkesztése. Téglalap, négyzet szerkesztése.	Gyakorlati példák a fogalmak mélyebb megértéséhez.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; vizuális kultúra: párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben (sínpár, épületek, bútorok, képeretek stb. élei).</i>
Háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint. A háromszög magasságának fogalma.	Tulajdonságok megfigyelése, összehasonlítása. Csoportosítás. Halmazszemlélet fejlesztése.	<i>Vizuális kultúra: speciális háromszögek a művészetben.</i>
Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz) megismerése.	Az alakzatok előállítás hajtogatással, nyírással, rajzzal. Alakzatok tulajdonságainak kiemelése, összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés, osztályokba sorolás különféle tulajdonságok szerint.	
Egyenlőszárú szárú háromszög és speciális négyszögek szerkesztése, egyszerűbb esetekben.	Körző és vonalzó használata. Pontos munkavégzésre törekvés. Esztétikai érzék fejlesztése. A szerkesztés gondolatmenetének	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: vizuális kultúra: megfelelő eszközök segítségével figyelmes, pontos</i>

	tagolása.	munkavégzés.
Szimmetria a térben.	Testek építése, tulajdonságaik vizsgálata. Térszemlélet fejlesztése térbeli analógiák keresésével.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> téglatest készítése, tulajdonságainak vizsgálata.  <i>Vizuális kultúra:</i> egyszerű tárgyak, geometriai alakzatok tervezése, makettek készítése.
A tengelyes tükrözés. Egyszerű alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése. A tengelyes tükrözés tulajdonságai.	Szimmetrikus ábrák készítése. Tükrözés körzővel, vonalzóval. Tükrözés koordináta-rendszerben. Transzformációs szemlélet fejlesztése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> megfelelő eszközök segítségével figyelmes, pontos munkavégzés.
Tengelyesen szimmetrikus alakzatok.  Tengelyesen szimmetrikus háromszögek, négyszögek (deltoid, rombusz, húrtrapéz, téglalap, négyzet), sokszögek.  A kör.	A tengelyes szimmetria vizsgálata hajtogatással, tükörrel.  A szimmetria felismerése a természetben és a művészetben.	<i>Vizuális kultúra; természetismeret:</i> tengelyesen szimmetrikus alakzatok megfigyelése, vizsgálata a műalkotásokban.
Tengelyesen szimmetrikus háromszögek, négyszögek területe.  Terület meghatározás átdarabolással.	Megfigyelőképesség fejlesztése.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, merőlegesség, párhuzamosság. Távolság, szakaszfelező merőleges, szögfelező. Kerület, terület, magasság. Tengelyes tükrözés, szimmetria. Egyenlő szárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög, húrtrapéz, deltoid,	

	rombusz.
--	----------

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Statisztika, valószínűség</b>	<b>Órakeret 6 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések. Biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Valószínűségi játékok és kísérletek dobókockák, pénzérmék segítségével (biztos, lehetetlen esemény).	Valószínűségi és statisztikai alapfogalmak szemléleti alapon történő kialakítása. A figyelem tartósságának fejlesztése. Kommunikáció és együttműködési készség fejlesztése a páros, ill. csoportmunkákban. Valószínűségi kísérletek végrehajtása.	
Adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.	Tudatos és célirányos figyelem gyakorlása. Elemzőképesség fejlesztése a	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> menetrend adatainak

Egyszerű diagramok, értelmezése, táblázatok olvasása, készítése.	napi sajtóban, különböző kiadványokban található grafikonok, táblázatok felhasználásával.	értelmezése; kalóriatáblázat vizsgálata. <i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.
Átlagszámítás néhány adat esetén (számtani közép).	Az átlag lényegének megértése. Számolási készség fejlődése.	<i>Természetismeret:</i> időjárási átlagok (csapadék, hőingadozás, napi, havi, évi középhőmérséklet).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Adat, diagram, átlag, biztos esemény, lehetetlen esemény.	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 6. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján, részhalmaz felírása, felismerése.</li> <li>– Két véges halmaz közös részének, két véges halmaz uniójának felírása, ábrázolása.</li> <li>– Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.</li> <li>– Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.</li> <li>– Állítások igazságának eldöntésére, igaz és hamis állítások megfogalmazása.</li> <li>– Összehasonlításhoz szükséges kifejezések helyes használata.</li> <li>– Néhány elem összes sorrendjének felsorolása.</li> </ul>
	<p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Racionális számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen.</li> <li>– Ellentett, abszolút érték, reciprok felírása.</li> </ul>

- Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.
- A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, az egyenes arányosság értése, használata.
- Két-három műveletet tartalmazó műveletsor eredményének kiszámítása, a műveleti sorrendre vonatkozó szabályok ismerete, alkalmazása. Zárójelek alkalmazása.
- Szöveges feladatok megoldása következtetéssel, (szimbólumok segítségével összefüggések felírása a szöveges feladatok adatai között).
- Becslés, ellenőrzés segítségével a kapott eredmények helyességének megítélése.
- A százalék fogalmának ismerete, a százaléktérték kiszámítása.
- Számok osztóinak, többszöröseinek felírása. Közös osztók, közös többszörösök kiválasztása. Oszthatósági szabályok (2, 3, 5, 9, 10, 100) ismerete, alkalmazása.
- A hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg szabványmértékegységeinek ismerete. Mértékegységek egyszerűbb átváltásai gyakorlati feladatokban. Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása szabadon választott módszerrel.

#### *Összefüggések, függvények, sorozatok*

- Tájékozódás a koordináta-rendszerben: pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása.
- Egyszerűbb grafikonok, elemzése.
- Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint, szabályok felismerése, megfogalmazása néhány tagjával elkezdett sorozat esetén.

#### *Geometria*

- Térelemek, félegyenes, szakasz, szögtartomány, sík, fogalmának ismerete.
- A geometriai ismeretek segítségével a feltételeknek megfelelő ábrák pontos szerkesztése. A körző, vonalzó célszerű használata.
- Alapszerkesztések: pont és egyenes távolsága, két párhuzamos egyenes távolsága, szakaszfelező merőleges, szögfelező, szögmásolás, merőleges és párhuzamos egyenesek.
- Alakzatok tengelyese tükörképének szerkesztése, tengelyes szimmetria felismerése.

- A tanult síkbeli és térbeli alakzatok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában.
- Téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása.
- A téglatest felszínének és térfogatának kiszámítása.
- A tanult testek térfogatának ismeretében mindennapjainkban található testek térfogatának, űrmértékének meghatározása.

*Valószínűség, statisztika*

- Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.
- Néhány szám számtani közepének kiszámítása.
- Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása.

## 7. évfolyam

Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. A felső tagozat utolsó két évfolyamában mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók a problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Ettől az évfolyamtól kezdve már komoly hangsúlyt kell helyoznünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mind inkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járjunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során lehetőséget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészben segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reál tárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reál tárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést

felkeltő elemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

A specializálódott érdeklődés, és az ekkorra már óhatatlanul kialakuló tudásbeli különbségek miatt 7. osztálytól ajánlott a tárgy csoportbontásban való tanulása. Ezzel célszerű lehetőséget teremteni a lassabban haladók felzárkóztatására és a gyorsabban haladók tudásának elmélyítésére.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 8 óra + folyamatos
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része.</p> <p>Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása.</p> <p>Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése.</p> <p>A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése.</p> <p>A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.</p>	



Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazműveletek alkalmazásával.</p> <p>Két véges halmaz uniója, különbsége, metszete. A részhalmaz.</p>	<p>A halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>Rendszerszemlélet fejlesztése.</p>	
<p>Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.</p>	<p>A matematikai szaknyelv pontos használata.</p> <p>A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb használata.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.</p>
<p>Egyszerű („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.</p>	<p>Kulturált érvelés képességének fejlesztése.</p>	
<p>A matematikai bizonyítás előkészítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.</p>	<p>A bizonyítási igény felkeltése.</p> <p>Tolerancia, kritikai szemlélet, problémamegoldás.</p> <p>A kulturált vitatkozás elsajátítása.</p>	
<p>A gyakorlati élethez és a társtudományokhoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.</p>	<p>Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére.</p> <p>Ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény erősítése. Igényes grafikus és verbális kommunikáció.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat:</i> számításos feladatok.</p>
<p>Matematikai játékok.</p>	<p>Aktív részvétel, pozitív attitűd.</p>	
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása különféle módszerekkel (fadiagram,</p>	<p>A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Tapasztalatszerzés az összes eset</p>	

útdiagram, táblázatok készítése). Sorba rendezés. Néhány elem esetén az összes eset felsorolása.	rendszerezett felsorolásában.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, metszet. Alaphalmaz. Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számelmélet, algebra</b>	<b>Órakeret 41 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal.</p> <p>Ellentett, abszolút érték, reciprok.</p> <p>Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.</p> <p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság.</p> <p>Alapműveletek racionális számokkal írásban.</p> <p>A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása.</p> <p>A százalékszámítás alapjai.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.</p> <p>A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése.</p>	

	<p>Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása.</p> <p>Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.</p>
--	---

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Racionális számok (véges, végtelen tizedes törtek), példák nem racionális számra (végtelen, nem szakaszos tizedes törtek).	A számfogalom mélyítése.	
A természetes, egész és racionális számok halmazának kapcsolata.	A rendszerező képesség fejlesztése.	
Műveletek racionális számkörben írásban és számológéppel. Az eredmény helyes és értelmes kerekítése.  Eredmények becslése, ellenőrzése.	Műveletfogalom mélyítése.  A zárójel és a műveleti sorrend biztos alkalmazása.  Számolási és a becslési készség fejlesztése.  Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: számításos feladatok.</i>
A hatványozás fogalma pozitív egész kitevőre.	A hatvány fogalmának kialakítása, fejlesztése.  A definícióalkotás igényének felkeltése.	
Műveletek hatványokkal: azonos alapú hatványok szorzása, osztása.  Hatványozásnál az alap és a kitevő változásának hatása a hatványértékre.		<i>Kémia: az anyagmennyiség mértékegysége (a mól).  Földrajz: termelési statisztikai adatok.</i>

10 pozitív egész kitevőjű hatványai.	Számolási készség fejlesztése (fejben és írásban).	<i>Kémia</i> : számítási feladatok.
Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás.  Matematikatörténet: érdekesek a prímszámok köréből.	A korábban tanult ismeretek és az új ismeretek közötti összefüggések felismerése.	
Oszthatósági szabályok.  Számelméleti alapú játékok.  Matematikatörténet: tökéletes számok, barátságos számok.  Legnagyobb közös osztó, legkisebb pozitív közös többszörös.	A tanult ismeretek felelevenítése.  Oszthatósági szabályok alkalmazása a törtekkel való műveleteknél.  A bizonyítási igény felkeltése oszthatósági feladatoknál.  Két szám legnagyobb közös osztójának meghatározása prímtényező felbontás alapján. A legkisebb pozitív közös többszörös meghatározása prímtényező felbontás alapján.	
Arány, aránypár, arányos osztás.  Egyenes arányosság, fordított arányosság.	A következtetési képesség fejlesztése: a mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerülő arányossági feladatok megoldása során.	<i>Magyar nyelv és irodalom</i> : szövegértés, szövegértelmezés. <i>Fizika; kémia; földrajz</i> : arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban. <i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : műszaki rajzok értelmezése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzése.  Ciklusonként átélt idő és lineáris időfogalom, időtartam, időpont	<i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : Főzésnél a tömeg, az őrartalom és az idő mérése. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári</i>

	szavak értő ismerete, használata.	<i>ismeretek:</i> évtized, évszázad, évezred.
Az alap, a százalékérték és a százalékláb fogalmának ismerete, értelmezése, kiszámításuk következtetéssel, a megfelelő összefüggések alkalmazásával.	A mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolat meglátása a gazdasági élet, a környezetvédelem, a háztartás köréből vett egyszerűbb példákon.	
A mindennapjainkhoz köthető százalékszámítási feladatok. Gazdaságossági számítások.	<p>Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés, áfa, betétkamat, hitelkamat, adó, bruttó bér, nettó bér, valamint különböző termékek (pl. élelmiszerek, növényvédőszer, oldatok) anyagösszetétele köréből.</p> <p>Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése.</p> <p>Becslések és következtetések végzése.</p> <p>Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.</p> <p><i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.</p> <p><i>Kémia:</i> oldatok tömegszázalékos összetételének kiszámítása.</p>
Az algebrai egész kifejezés fogalma. Egytagú, többtagú, egynemű kifejezés fogalma. Helyettesítési érték kiszámítása.	Elnevezések, jelölések megértése, rögzítése, definíciókra való emlékezés. Egyszerű szimbólumok megértése és alkalmazása a matematikában. Betűk használata szöveges feladatok általánosításánál.	<i>Fizika:</i> összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.
Egyszerű átalakítások: zárójel felbontása, összevonás. Egytagú és többtagú algebrai egész kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel. <i>Matematikatörténet:</i> az algebra	<p>Egyszerű szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban szükséges egyszerű képletalakítások elvégzése.</p> <p>Algebrai kifejezések egyszerű</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet</p>

kezdetei.	átalakításának felismerése.	alapján.
<p>Elsőfokú egyenletek, elsőfokú egyenlőtlenések megoldása. Mérlegetv.</p> <p>Alaphalmaz, megoldáshalmaz.</p>	<p>Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése.</p> <p>Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. A megoldások ábrázolása számegeyenesen.</p> <p>Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése.</p> <p>Az ellenőrzés igényének fejlesztés.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: számítási feladatok.</i></p>
<p>A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellenőrzés.</p> <p>Egyszerű matematikai problémát tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása.</p> <p>Feladatok például a környezetvédelem, az egészséges életmód, a vásárlások, a család jövedelmének ésszerű felhasználása köréből.</p>	<p>Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése.</p> <p>A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése.</p> <p>A gondolatmenet tagolása.</p> <p>Az ellenőrzési igény további fejlesztése.</p> <p>Igényes kommunikáció kialakítása.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása a környezettudatossággal, az egészséges életmóddal, a családi élettel, a gazdaságossággal kapcsolatban.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.</i></p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Racionális szám. Hatvány, alap, kitevő.</p> <p>Százalékalap, százalékláb, százalékérték.</p> <p>Prímszám, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.</p> <p>Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság.</p> <p>Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás.</p>	

	Egytagú, többtagú kifejezés. Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, mérlegelv, ellenőrzés.
--	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, az analízis elemei	Órakeret 13óra
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Két halmaz közötti hozzárendelések megjelenítése konkrét esetekben. Függvények és ábrázolásuk a derékszögű koordinátarendszerben.	A függvényszemlélet fejlesztése. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon alapján.	<i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok.
Lineáris függvények. Egyenes arányosság grafikus képe.	A mindennapi élet, a tudományok és a matematika közötti kapcsolat fölfedezése konkrét példák alapján. Számolási készség fejlesztése a	<i>Fizika: út-idő.</i>

	<p>racionális számkörben.</p> <p>Számítógép használata a függvények ábrázolására.</p>	
Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek grafikus megoldása.	Helyzetfelismerés: a tanult ismeretek alkalmazása új helyzetben.	
Grafikonok olvasása, értelmezése, készítése: szöveggel vagy matematikai alakban megadott szabály grafikus megjelenítése értéktáblázat segítségével.	<p>Kapcsolatok észrevétele, megfogalmazása szóban, írásban.</p> <p>Környezettudatosságra nevelés: pl. adatok és grafikonok elemzése a környezet szennyezettségével kapcsolatban.</p>	<p><i>Földrajz:</i> adatok hőmérsékletre, csapadék mennyiségére.</p> <p><i>Kémia:</i> adatok vizsgálata a levegő és a víz szennyezettségére vonatkozóan.</p>
Egyszerű sorozatok vizsgálata. Matematikatörténet: Gauss.	Gauss-módszer.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hozzárendelés, függvény, lineáris függvény, növekedés, csökkenés, értelmezési tartomány, értékészlet. Számítási sorozat, számítási közép.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 32 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.</p> <p>Háromszögek, csoportosításuk. Négyzetek, speciális négyzetek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok. Háromszög, négyzetg belső és külső szögeinek összegére vonatkozó tapasztalatok.</p>	



	<p>Téglatest tulajdonságai.</p> <p>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése.</p> <p>Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése.</p> <p>Szerkesztési eszközök használata.</p> <p>Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása.</p> <p>A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása.</p> <p>A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.</p>
<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>Rendszerező készség fejlesztése.</p> <p>A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése.</p> <p>Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése.</p> <p>Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése.</p> <p>Képzletben történő mozgató: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése.</p> <p>A pontos munkavégzés igényének fejlesztése.</p> <p>A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió).</p> <p>Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményező-készség, együttműködési készség, tolerancia.</p>

<p><b>Ismeretek</b></p>	<p><b>Fejlesztési követelmények</b></p>	<p><b>Kapcsolódási pontok</b></p>
-------------------------	---	-----------------------------------

<p>Háromszögek osztályozása oldalak, illetve szögek szerint.</p>	<p>A tanult ismeretek felidézése, megerősítése.</p> <p>A halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>A háromszögek és a négyszögek tulajdonságaira vonatkozó igaz-hamis állítások megfogalmazásán keresztül a vitakészség fejlesztése.</p> <p>Tömör, de pontos szabatos kifejezőkészség fejlesztése. A szaknyelv minél pontosabb használata írásban is.</p>	
<p>A háromszögek magassága, magasságvonala, magasságpontja. A háromszögek kerületének és területének kiszámítása.</p>	<p>Számolási készség fejlesztése.</p> <p>Átdarabolás a terület meghatározásához. Eredmények becslése.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs program.</p>
<p>A háromszög és a négyszög belső és külső szögeinek összege.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Bolyai Farkas, Bolyai János.</p> <p>Érdekességek: gömbi geometria.</p>	<p>Tételek megfogalmazása megfigyelés alapján. Bizonyítási igény felkeltése.</p>	
<p>Paralelogramma, trapéz, deltoid tulajdonságai, kerülete, területe.</p> <p>Szabályos sokszögek.</p> <p>Kör kerülete, területe.</p> <p>A kör és érintője.</p>	<p>Törekvés a tömör, de pontos, szabatos kommunikációra. A szaknyelv egyre pontosabb használata írásban is.</p> <p>A terület meghatározása átdarabolással.</p> <p>A kör kerületének közelítése méréssel.</p> <p>Számítógépes animáció használata az egyes területképletekhez.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák, területtel kapcsolatos számítás.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> Pantheon, Colosseum.</p>
<p>A tanult síkbeli alakzatok (háromszög, trapéz,</p>	<p>A szerkesztéshez szükséges eszközök célszerű használata.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> műszaki</p>

<p>paralelogramma, deltoid) szerkesztése.</p> <p>Nevezetes szögek szerkesztése: 15°, 45°, 75°, 105°, 135°.</p>	<p>Átélt folyamatról készült leírás gondolatmenetének értelmezése (pl. egy szerkesztés leírt lépéseiről a folyamat felidézése).</p> <p>A szaknyelv pontos használata.</p>	<p>rajz készítése.</p> <p><i>Földrajz:</i> szélességi körök és hosszúsági fokok.</p>
<p>Középpontos tükrözés.</p> <p>A középpontos tükrözés tulajdonságai. A középpontos tükörkép szerkesztése.</p>	<p>Pontos, precíz munka elvégzése a szerkesztés során. A transzformációs szemlélet továbbfejlesztése.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> művészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével.</p>
<p>Középpontosan szimmetrikus alakzatok a síkban.</p> <p>A tanult sokszögek osztályozása szimmetria szerint.</p>	<p>A megfigyelőképesség fejlesztése.</p> <p>Halmazképző, rendszerező képesség fejlesztése.</p> <p>A matematika kapcsolata a természettel és a művészeti alkotásokkal: művészeti alkotások vizsgálata (Penrose, Escher, Vasarely).</p> <p>Gondolkodás fejlesztése szimmetrián alapuló játékokon keresztül.</p>	<p><i>Vizuális kultúra; biológia-egészségtan:</i> középpontosan szimmetrikus alakzatok megfigyelése, vizsgálata a műalkotásokban és a természetben.</p>
<p>Tengelyes és középpontos szimmetria alkalmazása szerkesztésekben.</p>	<p>Áttekinthető, pontos szerkesztés igényének fejlesztése.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> festmények geometriai alakzatai.</p>
<p>Párhuzamos szárú szögek.</p>	<p>A tanult transzformációk tulajdonságainak felismerése, felhasználása a fogalmak kialakításánál.</p>	
<p>Az egybevágóság szemléletes fogalma, a háromszögek egybevágóságának esetei.</p> <p>Az egybevágóság jelölése. <math>\cong</math></p>	<p>A megfigyelőképesség fejlesztése.</p> <p>A szaknyelv pontos használata.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> festmények, művészeti alkotások egybevágó geometriai alakzatai.</p>
<p>Három- és négyszög alapú egyenes hasábok, forgáshenger hálójá, tulajdonságai, felszíne,</p>	<p>A halmazszemlélet és a térszemlélet fejlesztése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> modellek készítése,</p>

térfogata.		<p>tulajdonságainak vizsgálata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári:</i> történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</p>
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	A gyakorlati mérések, mértékegységváltások helyes elvégzésének fejlesztése.	<p><i>Testnevelés és sport:</i> távolságok és idő becslése, mérése.</p> <p><i>Fizika; kémia:</i> mérés, mértékegységek, mértékegységek átváltása.</p>
Egyszerű számításos feladatok a geometria különböző területeiről.	<p>A számolási készség, a becslési készség és az ellenőrzési igény fejlesztése.</p> <p>Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.</p>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	<p>Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás. Egybevágóság.</p> <p>Középpontos szimmetria, paralelogramma, rombusz.</p> <p>Egyállású szög, váltószög, csúcsszög.</p> <p>Belső és külső szög. Háromszög, magasságvonal, magasságpont.</p> <p>Hasáb, henger. Alaplap, alapél, oldallap, oldalél.</p>	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Statisztika, valószínűség</b>	<b>Órakeret 5 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.</p> <p>Néhány szám számtani közepének kiszámítása.</p> <p>Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>A statisztikai gondolkodás fejlesztése.</p> <p>A valószínűségi gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Gazdasági nevelés.</p>	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Adatok gyűjtése, rendszerezése, adatsokaság szemléltetése, grafikonok készítése.	<p>Adatsokaságban való eligazodás: táblázatok olvasása, grafikonok készítése, elemzése.</p> <p>Statisztikai szemlélet fejlesztése.</p> <p>Együttműködési készség fejlődése.</p>	<i>Testnevelés és sport:</i> teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.
Adathalmazok elemzése (átlag, módusz, medián) és értelmezése, ábrázolásuk.  Számítási közép kiszámítása.	<p>Gazdasági statisztikai adatok, grafikonok értelmezése, elemzése. Adatsokaságban való eligazodás képességének fejlesztése.</p> <p>Ok-okozati összefüggéseket felismerő képesség fejlesztése.</p> <p>Elemző képesség fejlesztése.</p>	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> táblázatok és grafikonok adatainak ki- és leolvasása, elemzése, adatok gyűjtése, táblázatba rendezése.

		<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
<p>Valószínűségi kísérletek.</p> <p>Valószínűség előzetes becslése.</p> <p>Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése.</p> <p>Gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma.</p>	<p>Valószínűségi szemlélet fejlesztése.</p> <p>Tudatos megfigyelőképesség fejlesztése.</p> <p>A tapasztalatok rögzítése képességének fejlesztése.</p> <p>Tanulói együttműködés fejlesztése.</p> <p>Számítógép használata a tudománytörténeti érdekességek felkutatásához.</p>	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség.	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 7. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.</li> <li>– Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.</li> <li>– Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben.</li> <li>– Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával.</li> <li>– Fagráfok használata feladatmegoldások során.</li> </ul> <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése, helyes és értelmes</li> </ul>
---	--

kerekítése.

- Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.
- A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.
- A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül.
- Prímszám, összetett szám. Prímtényezős felbontás.
- Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval.
- Négyzetre emelés, hatványozás pozitív egész kitevők esetén.
- Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.
- A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.

#### *Összefüggések, függvények, sorozatok*

- Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint.
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanult alkalmazása természettudományos feladatokban is.
- Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon.

#### *Geometria*

- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni.
- Ismeri a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságai), tudását alkalmazza a feladatok megoldásában.
- Tengelyes és középpontos tükrökép szerkesztése.
- Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban.
- A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb,

forghashenger) térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számolni a mindennapjainkban előforduló testek térfogatát, űrmértékét.

*Valószínűség, statisztika*

- Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása.
- Konkrét feladatok kapcsán a tanuló képes esélylatolgatásra, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt.
- Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban.
- Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezése.



# 8. évfolyam

Ebben az évfolyamban tovább folytatódik a szimbolikus gondolkodás kialakulása, ami megalapozza a betűkkel számolást, az egyenletek megoldását, azonosságok alkalmazását. Az absztrakció fejlődésével a logikai műveletek, a problémamegoldás lépéseinek alkalmazása, a feladatmegoldás tudatosabbá válik. Ezzel együtt fejlődnek az indoklások, a bizonyítási igény.

A specializálódott érdeklődés, és az ekkorra már óhatatlanul kialakuló tudásbeli különbségek miatt 8. osztályban alapvetően szükséges a tárgy csoportbontásban való tanulása. Ezzel célszerű lehetőséget teremteni a lassabban haladók felzárkóztatására és a gyorsabban haladók tudásának elmélyítésére.

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>Órakeret 10 óra+ folyamatos</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része, egyesítése.</p> <p>Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása.</p> <p>Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	<p>Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése.</p> <p>A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának</p>	

	<p>fejlesztése.</p> <p>A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.</p>
--	---

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazműveletek alkalmazásával.</p> <p>Két véges halmaz uniója, különbsége, metszete. A részhalmaz.</p> <p>Matematikatörténet: Cantor.</p>	<p>A halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>Rendszerszemlélet fejlesztése.</p>	
<p>Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.</p>	<p>A matematikai szaknyelv pontos használata.</p> <p>A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb, tudatos használata.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.</p>
<p>Egyszerű („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.</p>	<p>Kulturált érvelés képességének fejlesztése.</p>	
<p>A matematikai bizonyítás előkészítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.</p>	<p>A bizonyítási igény felkeltése.</p> <p>Tolerancia, kritikai szemlélet, problémamegoldás.</p> <p>A kulturált vitatkozás elsajátítása.</p>	
<p>A gyakorlati élethez és a társtudományokhoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.</p>	<p>Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat:</i></p>

	Ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény erősítése. Igényes grafikus és verbális kommunikáció.	számításos feladatok.
Matematikai játékok.	Aktív részvétel, pozitív attitűd.  (pl. Hanoi torony)	
Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása különféle módszerekkel (fadiagram, útdiagram, táblázatok készítése).  Sorba rendezés, kiválasztás. Néhány elem esetén az összes eset felsorolása.	A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.  Tapasztalatszerzés az összes eset rendszerezett felsorolásában.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, metszet. Alaphalmaz.  Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számelmélet, algebra</b>	<b>Órakeret 60 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Racionális számkör. Műveletek racionális számokkal. Pozitív egész kitevőjű hatvány fogalma. Műveletek hatványokkal. Prímszám, prímtényezőkre bontás.</p> <p>Algebrai kifejezések. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása, mérlegelv.</p> <p>Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.</p> <p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság, fordított arányosság, arány, arányos osztás.</p>	

	<p>Szöveges feladatok megoldása.</p> <p>A százalékszámítás alapjai.</p>
<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.</p> <p>A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése.</p> <p>Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása.</p> <p>Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A hatványozás fogalma pozitív egész kitevőre, egész számok körében.	<p>A hatvány fogalmának kialakítása, fejlesztése.</p> <p>A definícióalkotás igényének felkeltése.</p>	
10 egész kitevőjű hatványai.	Számolási készség fejlesztése (fejben és írásban).	<i>Kémia</i> : számítási feladatok.
<p>A négyzetgyök fogalma.</p> <p>Számok négyzete, négyzetgyöke.</p> <p>Példa irracionális számra (<math>\pi</math>, <math>\sqrt{2}</math>).</p>	Négyzetgyök meghatározása számológéppel.	
<p>Arány, aránypár, arányos osztás.</p> <p>Egyenes arányosság, fordított arányosság.</p>	A következtetési képesség fejlesztése: a mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerülő arányossági feladatok	<p><i>Magyar nyelv és irodalom</i>: szövegértés, szövegértelmezés.</p> <p><i>Fizika; kémia;</i></p> <p><i>földrajz</i>: arányossági</p>

	megoldása során.	számítások felhasználása feladatmegoldásokban. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> műszaki rajzok értelmezése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzése.  Ciklusonként átélt idő és lineáris időfogalom, időtartam, időpont szavak értő ismerete, használata.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Főzésnél a tömeg, az űrtartalom és az idő mérése. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> évtized, évszázad, évezred.
A mindennapjainkhoz köthető százalékszámítási feladatok. Gazdaságossági számítások.	Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés, áfa, betétkamat, hitelkamat, adó, bruttó bér, nettó bér, valamint különböző termékek (pl. élelmiszerek, növényvédőszer, oldatok) anyagösszetétele köréből.  Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése.  Becslések és következtetések végzése.  Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.  <i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.  <i>Kémia:</i> oldatok tömegszázalékos összetételének kiszámítása.  <i>Fizika:</i> határfok kiszámítása.
Egyszerű átalakítások: zárójel felbontása, összevonás. Egytagú és többtagú algebrai egész kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel.	Egyszerű szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban szükséges egyszerű képletalakítások elvégzése.  Algebrai kifejezések egyszerű átalakításának felismerése.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.

<p>Elsőfokú, illetve elsőfokúra visszavezethető egyenletek, elsőfokú egyenlőtlenségek megoldása.</p> <p>Azonosság.</p> <p>Azonos egyenlőtlenség.</p> <p>Alaphalmaz, megoldáshalmaz.</p>	<p>Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése.</p> <p>Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. A megoldások ábrázolása számegyenesen.</p> <p>Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése.</p> <p>Az ellenőrzés igényének fejlesztés.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: számítási feladatok.</i></p>
<p>A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellenőrzés.</p> <p>Egyszerű matematikai problémát tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása.</p> <p>Feladatok például a környezetvédelem, az egészséges életmód, a vásárlások, a család jövedelmének ésszerű felhasználása köréből.</p>	<p>Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése.</p> <p>A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése.</p> <p>A gondolatmenet tagolása.</p> <p>Az ellenőrzési igény további fejlesztése.</p> <p>Igényes kommunikáció kialakítása.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása a környezettudatossággal, az egészséges életmóddal, a családi élettel, a gazdaságossággal kapcsolatban.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.</i></p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Racionális szám. Hatvány, alap, kitevő.</p> <p>Négyzetgyök. Százalékalap, százalékláb, százalékérték.</p> <p>Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság.</p> <p>Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás.</p> <p>Egytagú, többtagú kifejezés.</p> <p>Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv, ellenőrzés.</p>	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Függvények, az analízis elemei</b>	<b>Órakeret 15 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint.</p> <p>Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben.</p> <p>Függvények és ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben. Lineáris függvények.</p> <p>Grafikonok értelmezése.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése.</p> <p>Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).</p>	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Függvények és ábrázolásuk a derékszögű koordináta-rendszerben.	A függvényszemlélet fejlesztése.  Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon alapján.	<i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok.
Lineáris függvények.  (Példa nem lineáris függvényre: $f(x) = x^2$ , $f(x) =  x $ ).  Függvények jellemzése növekedés, csökkenés.	A mindennapi élet, a tudományok és a matematika közötti kapcsolat felfedezése konkrét példák alapján.  Számolási készség fejlesztése a racionális számkörben.  Számítógép használata a függvények ábrázolására.	<i>Fizika:</i> út-idő; feszültség-áramerősség.
Grafikonok olvasása, értelmezése, készítése: szöveggel	Kapcsolatok észrevétele,	<i>Földrajz:</i> adatok hőmérsékletre,

vagy matematikai alakban megadott szabály grafikus megjelenítése értéktáblázat segítségével.	megfogalmazása szóban, írásban. Környezettudatosságra nevelés: pl. adatok és grafikonok elemzése a környezet szennyezettségével kapcsolatban.	csapadék mennyiségére. <i>Kémia:</i> adatok vizsgálata a levegő és a víz szennyezettségére vonatkozóan.
Egyszerű sorozatok vizsgálata. Matematikatörténet: Gauss.	Gauss-módszer.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hozzárendelés, függvény, lineáris függvény, növekedés, csökkenés, értelmezési tartomány, értékkészlet. Számítási sorozat, számítási közép.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 42óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.</p> <p>Háromszögek, csoportosításuk. Négyzetek, speciális négyzetek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok. Háromszög, négyzet belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek.</p> <p>Téglatest tulajdonságai.</p> <p>Tengelyesen és középpontos tükrözés.</p> <p>Nevezetes szögpárok.</p> <p>Háromszögek egybevágóságának esetei.</p> <p>Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése.</p> <p>Szerkesztési eszközök használata.</p>	



	<p>Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása.</p> <p>Háromszögek, speciális négyszögek kerületének és területének kiszámítása.</p> <p>Háromszög, négyszög alapú hasábok, hengerek felszínének és térfogatának a kiszámítása.</p>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Rendszerező készség fejlesztése.</p> <p>A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése.</p> <p>Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése.</p> <p>Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése.</p> <p>Képzletben történő mozgatás: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése.</p> <p>A pontos munkavégzés igényének fejlesztése.</p> <p>A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió).</p> <p>Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményezőkézség, együttműködési készség, tolerancia.</p>

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Eltolás, a vektor fogalma.	<p>Egyszerű alakzatok eltolt képének megszerkesztése.</p> <p>A megfigyelőképesség fejlesztése.</p> <p>Áttekinthető, pontos szerkesztés igényének fejlesztése.</p>	

<p>Három- és négyszög alapú egyenes hasábok, forgáshenger hálóját, tulajdonságai, felszíne, térfogata.</p> <p>Ismerkedés a forgáskúppal, gúlával, gömbbel.</p>	<p>A halmazszemlélet és a térszemlélet fejlesztése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári:</i> történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</p>
<p>Mértékegységek átváltása racionális számkörben.</p>	<p>A gyakorlati mérések, mértékegységváltások helyes elvégzésének fejlesztése.</p>	<p><i>Testnevelés és sport:</i> távolságok és idő becslése, mérése.</p> <p><i>Fizika; kémia:</i> mérés, mértékegységek, mértékegységek átváltása.</p>
<p>Pitagorasz tétele</p> <p>Matematikatörténet: Pitagorasz élete és munkássága. A pitagorasz-i számhármakok.</p>	<p>A Pitagorasz-tétel alkalmazása geometriai számításokban.</p> <p>Annak felismerése, hogy a matematika az emberiség kultúrájának része.</p> <p>A bizonyítási igény felkeltése.</p> <p>Számítógépes program felhasználása a tétel bizonyításánál.</p>	
<p>Egyszerű számításos feladatok a geometria különböző területeiről.</p>	<p>A számolási készség, a becslési készség és az ellenőrzési igény fejlesztése.</p> <p>Zsebszámológép célszerű</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.</p>

	használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	
Kicsinyítés és nagyítás.	A megfigyelőképesség fejlesztése: a középpontos nagyítás, kicsinyítés felismerése hétköznapi szituációkban.	<i>Földrajz:</i> térkép. <i>Biológia-egészségtan:</i> mikroszkóp. <i>Vizuális kultúra:</i> valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás. Vektor. Egybevágóság. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Statisztika, valószínűség</b>	<b>Órakeret 7 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Módusz, medián. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, esélylatolgatás. Biztos, lehetetlen események.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Adatok gyűjtése, rendszerezése, adatsokaság szemléltetése, grafikonok készítése.</p>	<p>Adatsokaságban való eligazodás: táblázatok olvasása, grafikonok készítése, elemzése.</p> <p>Statisztikai szemlélet fejlesztése.</p> <p>Együttműködési készség fejlődése.</p>	<p><i>Testnevelés és sport:</i> teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.</p>
<p>Adathalmazok elemzése (átlag, módusz, medián) és értelmezése, ábrázolásuk.</p> <p>Számítási közép kiszámítása.</p>	<p>Gazdasági statisztikai adatok, grafikonok értelmezése, elemzése. Adatsokaságban való eligazodás képességének fejlesztése.</p> <p>Ok-okozati összefüggéseket felismerő képesség fejlesztése.</p> <p>Elemző képesség fejlesztése.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> táblázatok és grafikonok adatainak ki- és leolvasása, elemzése, adatok gyűjtése, táblázatba rendezése.</p> <p><i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.</p>
<p>Valószínűségi kísérletek.</p> <p>Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma.</p> <p>Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése.</p> <p>Matematikatörténet: érdekességek a valószínűség-számítás fejlődéséről.</p>	<p>Valószínűségi szemlélet fejlesztése.</p> <p>Tudatos megfigyelőképesség fejlesztése.</p> <p>A tapasztalatok rögzítése képességének fejlesztése.</p> <p>Tanulói együttműködés fejlesztése.</p> <p>Számítógép használata a tudománytörténeti érdekességek felkutatásához.</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség.</p>	

**A fejlesztés várt  
eredményei a  
8. évfolyam  
végén**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

- Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.
- Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.
- Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben.
- Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával.
- Fagráfok használata feladatmegoldások során.

*Számтан, algebra*

- Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése., helyes és értelmes kerekítése.
- Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.
- A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.
- A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül.
- Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás.
- Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval.
- Négyzetre emelés, négyzetgyökvonás, hatványozás pozitív egész kitevők esetén.
- Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.
- A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.

*Összefüggések, függvények, sorozatok*

- Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint.

- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is.
- Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon.

### *Geometria*

- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni.
- Ismeri a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetesen négyszögek szimmetriatulajdonságai), tudását alkalmazza a feladatok megoldásában.
- Tengelyes és középpontos tükrökép, eltolt alakzat képének szerkesztése. Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül).
- A Pitagorasz-tételt kimondása és alkalmazása számítási feladatokban.
- Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban.
- A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számolni a mindennapjainkban előforduló testek térfogatát, űrmértékét.

### *Valószínűség, statisztika*

- Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása.
- Konkrét feladatok kapcsán a tanuló érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt.
- Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban.
- Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezése.

# Gimnáziumok 9-12. évfolyama

Gimnáziumunk helyi tantervének elkészítése során az EMMI kerettanterv 51/2012. (XII. 21.) rendelete (3. sz. melléklet 3.2.04) mellett a középszintű érettségi vizsga követelményeit is figyelembe vettük.

A tanterv megfelelő alapokat biztosít azoknak a tanulóknak is, akik majd a 11. évfolyamtól emelt szintű érettségi előkészítő foglalkozásokon szeretnének felkészülni a matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükre hatni fog az, hogy középiskolai tanulmányaik során milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Fontosnak tartjuk a természettudományos, műszaki, informatikai pályák megismertetését, bemutatását, amely területeken nem lehetséges megfelelő matematikai kompetenciák nélkül az érvényesülés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése. A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva bemutatjuk néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tesszük a tanulóknak, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Bízunk benne, hogy a matematika alkalmazásának ezen területeinek megismertetésével növeljük a matematikai, természettudományos érdeklődést, motivációt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal keresünk optimális megoldásokat gyakorlati kérdésekre.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. A kor követelményeihez igazodva követelményként fogalmazzuk meg, hogy a tanuló legyen képes egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten utána nézni. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulóknak digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használatához is. Az önálló munka előkészíti a

sikeres felsőfokú tanulmányaikat is. Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsek gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, és a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. Ezért a 9. évfolyam elején a kompetencialapú központi írásbeli felvételi vizsga eredményei és a választott oktatási nyelv alapján csoportbontást készítünk. Fontosnak tartjuk a csoportok közötti átjárhatóság biztosítását.

A 11-12. évfolyam az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegzőképesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

	<b>A tantárgy heti óraszám</b>	<b>A tantárgy éves óraszám</b>
<b>9. évfolyam</b>	3	108
<b>10. évfolyam</b>	3	108
<b>11. évfolyam</b>	4	148
<b>12. évfolyam</b>	4	128



## 9. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számтан, algebra	39 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	14 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	5 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret	10 óra
Az össz. óraszám	108 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 10 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Halmazok megadásának különböző módjai. Üreshalmaz, véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i>	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	

Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok egyenlősége, halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.  <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban.  <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Intervallumok ábrázolása számegyenesen. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei

	<p>Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv).</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása.</p> <p>Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>	<p>közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</p>
<p>A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.</p>	<p>Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése.</p> <p>Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás.</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p>
<p>Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében.</p> <p>Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (direkt bizonyítási módszer) konkrét példákon keresztül.</p>	<p>Gondolatmenet tagolása.</p> <p>Rendszerezés (érvek logikus sorrendje).</p> <p>Következtetés megítélése helyessége szerint.</p> <p>Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.</p> <p>Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>

	következtetésekre.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Feltétel és következmény. Szükséges és elegendő feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számtan, algebra</b>	<b>Órakeret 39 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján elsőfokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Számelmélet elemei. Tudja definiálni és alkalmazni az oszthatósági alapfogalmakat (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám). A tanult oszthatósági szabályok (2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozóan). Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó,	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. A számelmélet alaptételének alkalmazása feladatokban. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása.	

legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész, Mersenne, Euler, Fermat)	Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	

<p><math>(a \pm b)^2</math>, <math>(a \pm b)^3</math> polinom alakja, <math>a^2 - b^2</math>,  <math>a^3 - b^3</math> szorzat alakja.  Azonosság fogalma.</p>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok).  Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.</p>	<p><i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).</p>
<p>Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre.  Ismerje a polinom fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját.  Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya.  Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.</p>	<p>Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása).</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.</p>
<p>Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebontogatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata, grafikus módszer).</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása.</p>	
<p>Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.</p>	<p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.  Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő illetve ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer).</p>	<p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.</p>
<p>Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból. Tudjon arányossági feladatokat megoldani.</p>	<p>Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele).</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.    <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.    <i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése.</p>

	<p>A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.</p> <p>A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások.</p> <p><i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p> <p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.</p> <p><i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.</p>
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	<p>A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.</p>	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése..
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $ a x + b  = c x + d$ .	Definíciókra való emlékezés.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	<p>Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Elsőfokú egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.</p>	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 14 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	<p>Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A függvény megadása, elemi tulajdonságai (értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, paritás). Helyettesítési érték számolása.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosságot leíró függvény. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereit alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége.  <i>Kémia:</i> egyenes arányosság.  <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto  ax + b  + c$ függvény grafikonja, tulajdonságai ( $a \neq 0$ ).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ( $x \geq 0$ ) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ( $ax \neq 0$ ) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ ) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete).	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.



Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Az $x \mapsto x^3$ harmadfokú függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
Tudja egyszerű függvények esetén $f(x) = c$ alapján az $x$ -et meghatározni.		
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 30 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok,	

	hengerek és gúlán felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése, fogalma. Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát. Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat. Tudja a tételek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat. Tudja a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát. Ismerje a terület és a terület szemléletes fogalmát.	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	

<p>Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint. Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van). Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait. A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. Háromszög területének kiszámítása a <math>T = \frac{a \cdot m_a}{2}</math> képlet segítségével.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal, bizonyítás nélkül).</p>	<p>A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Ismerje a négyszögek fajtáit és tulajdonságaikat. Nevezetes négyszögek területének számítása. Konvex síknégyszög belső és külső szögeinek összege.</p>	<p>Alkalmazza ismereteit egyszerű feladatokban.</p>	
<p>Konvex sokszögek</p>	<p>Fogalmak alkotása</p>	

<p>általános tulajdonságai. Átlók száma, belső, illetve külső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge. Szabályos sokszögek kerületének és területének számítása.</p>	<p>specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.</p>	
<p>Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.</p> <p>Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, s hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.</p>	<p>Fogalmak pontos ismerete.</p>	<p><i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.</p>
<p>A kör kerülete. A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).</p>	<p>Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként vizsgálata.</p>	<p><i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége.</p> <p><i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.</p>
<p>A kör és a körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján).</p>	<p>Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként vizsgálata.</p>	
<p>A szög mérése. A szög ívmértéke.</p>	<p>Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegységválasztás, mérőszám.</p>	<p><i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás.</p> <p><i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.</p>
<p>Thalész tétele, és alkalmazásai. A matematika mint kulturális örökség.</p>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.</p>	
<p>Pitagorasz-tétel</p>	<p>Ismeretek mozgósítása,</p>	<p><i>Fizika:</i> vektor felbontása</p>

alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	merőleges összetevőkre.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások.  <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyokban.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.  <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.  <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 5 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés .  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).  <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag, terjedelem. Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam</b>	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok
---	---

<p><b>végén</b></p>	<p>szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.</li> <li>–Tudjon definíciókat és tételeket pontosan megfogalmazni.</li> </ul> <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.</li> <li>– Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.</li> <li>– Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.</li> <li>– A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.</li> </ul> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.</li> <li>– A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).</li> <li>– Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.</li> <li>– Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.</li> <li>– Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.</li> <li>– A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.</li> <li>– Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.</li> <li>– A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.</li> <li>– Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, terület, terület).</li> </ul>
---------------------	---

- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.
- Kerület és terület szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

*Valószínűség, statisztika*

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni.



# 10. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	12 óra
2. Számтан, algebra	34 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	3 óra
4. Geometria	39 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra
6. Rendszerező összefoglalás	5 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret	5 óra
Az össz. óraszám	108 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 12 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. A matematikai tételek, állítások szerkezete. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába	<i>Magyar nyelv és irodalom</i> : mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.

<p><i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.</p>	<p>szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	
<p>Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer) konkrét példákon keresztül.</p>	<p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.  Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nytított mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.</p>	<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.</p>	
<p>Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha... akkor”, „akkor és csak akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)</p>	<p>Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.</p>	
<p>Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek</p>	<p>Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések –</p>	<p><i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok</p>

igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	események).	
A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Faktoriális fogalma, alkalmazása. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos	Gráfok alkalmazása	<i>Kémia:</i> molekulák

<p>alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.</p>	<p>problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.</p>	<p>térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Kijelentés. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ..., akkor ...”). Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.</p>	

<p><b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b></p>	<p><b>2. Számтан, algebra</b></p>	<p><b>Órakeret 34 óra</b></p>
<p><b>Előzetes tudás</b></p>	<p>Egész kitevőjű hatványozás. Számolás algebrai kifejezésekkel. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.</p>	
<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése. Számológép használata.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet, diszkrimináns fogalma.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. Egyenletek megoldása új ismeretlen bevezetésével. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű	Megoldások ellenőrzése.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen

négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax + b} = cx + d$ .		gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy $> 0$ ) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ( $a \neq 0$ ).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép. Szélsőérték. Hamis gyök.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 3 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<b>Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.</b>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok.	<b>Függvénytulajdonságok tudatos alkalmazása</b>	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Grafikus megoldás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 39 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az	

<b>fejlesztési céljai</b>	elégletes feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. A valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.
---------------------------	--

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégletes feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont.  <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	



A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Vektorok a koordináta-rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
Vektor fogalma, abszolútértéke, nullvektor, ellentett vektor. Vektorok összege, két vektor különbsége. Vektorműveletek tulajdonságai, vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságok.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).

Vektor szorzása valós számmal	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet, vektorkoordináták. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 10 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Összeszámlálási alapfeladatok. Százalékszámítás.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Valószínűségi kísérletek, az adatok rendszerezése, a valószínűség becslése.	A rendelkezésre álló adatok alapján jóslás a bekövetkezés esélyére.	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, biztos eseményre, lehetetlen eseményre, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre.  Elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.

	Kísérletek, játékok csoportban.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Véletlen (valószínűségi) kísérlet. Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Esély, valószínűség.	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 10. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.</li> <li>– Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.</li> <li>– Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.</li> <li>– Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.</li> </ul>
	<p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.</li> <li>– Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.</li> <li>– Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.</li> <li>– Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.</li> <li>– A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.</li> </ul> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete.</li> <li>– Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).</li> <li>– Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel;</li> </ul>

	<p>magasságtétel és befogótétel ismerete.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.</li> <li>– A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.</li> <li>– A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.</li> <li>– A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.</li> </ul> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.</li> <li>– Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.</li> <li>– A valószínűségszámítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét a klasszikus modell alapján.</li> </ul>
--	---

# 11. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	13 óra
2. Számтан, algebra	46 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	21 óra
4. Geometria	45 óra
5. Valószínűség, statisztika	6 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret	13 óra
Az össz óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 13 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása  <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika

<i>Matematikatörténet: Erdős Pál.</i>		
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszámok összege és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet: Euler.</i>	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (skatulya-elv) konkrét példákon keresztül.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.  Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika: a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</i>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 46 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanencia-elv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.  <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.  <i>Kémia:</i> pH-számítás.  <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus	

Áttérés más alapú logaritmusra.	kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmosos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.  <i>Kémia:</i> pH-számítás.  <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 21 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg, ctg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram.  <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x) + c$ ,	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.



$f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ .		
Az exponenciális függvények.	Permanencia-elv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.  <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 45 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei.	

	Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Színusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Pitagoraszsi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a pótszöge, kiegészítő szöge, negatív szöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. A háromszög területe: $t = \frac{ab \cdot \sin \gamma}{2}$	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése. A háromszög területének kiszámítása különböző adatokból.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.

Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.		
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Skaláris szorzat kiszámítása koordinátaiból. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.
Vektor abszolútértéke koordinátaikkal. Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása. Kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontjának és sugarának meghatározása	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző	Megosztott figyelem; két, illetve	<i>Informatika:</i> ponthalmaz

megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	több szempont egyidejű követése.	megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Íránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában. Elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatok megoldása koordinátageometriai eszközökkel.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata).  <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 6 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői (átlag, medián, módusz, terjedelem), adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Adatok osztályba sorolás.  Adathalmazok jellemzője: átlagos abszolút eltérés, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	Adatok osztályba sorolásának, a gyakorisági diagram, relatív gyakoriság alkalmazása.  A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése.  Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése.  Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szórás.	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.</li> <li>– A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában.</li> <li>– Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.</li> <li>– Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.</li> <li>– A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.</li> <li>– A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.</li> <li>– A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudnak kombinatorikai problémákat jól megoldani,.</li> </ul>
--	--

- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.

#### *Számтан, algebra*

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

#### *Összefüggések, függvények, sorozatok*

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

#### *Geometria*

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság és szög kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

#### *Valószínűség, statisztika*

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

# 12. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	–
2. Számтан, algebra	–
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	22 óra
4. Geometria	27 óra
5. Valószínűség, statisztika	16 óra
6. Rendszerező összefoglalás	59 óra
Az össz. óraszám	124 óra

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási és megismerési módszerek</b>	<b>Órakeret 0 óra</b>
--	---	---------------------------

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 0 óra</b>
--	----------------------------	---------------------------

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 22 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>	<p>Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.</p>
<p>Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.</p>	<p>A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.</p>	
<p>Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.</p>	<p>A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.</p>	<p><i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.</p>
<p>Kamatoskamat-számítás.</p>	<p>Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.</p>	<p><i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.</p>	



<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 27 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Síkidomok kerületének és területének számítása. Nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, kör körcikk, körszelet kerülete, területe.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengersizű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (téргеometriai szimulációs program).  <i>Kémia:</i> kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (téргеometriai szimulációs program).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Terület, felszín, térfogat.	

<b>Tematikai egység/</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret</b>
--------------------------	-------------------------------------	-----------------

<b>Fejlesztési cél</b>		<b>16 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. Eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre;</p> <p>elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.</p>	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.</p>	<p>A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.</p>	
<p>A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.</p>	<p>A modell és a valóság kapcsolata.</p>	
<p>Egyszerű valószínűség-számítási problémák.</p>	<p>Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.</p>	<p><i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.</p>
<p>Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.</p>	<p>Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).</p>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	<p>Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.</p>	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret 59 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A középiskolai matematika anyaga.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.  <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük

		használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközzellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia</i> : szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek</i> :

	hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	képletek használata
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk:	Kapcsolat a matematika két	

$f(x)+c$ , $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ . Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	

tulajdonságai.		
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek, logikai műveletek és események közötti műveletek összekapcsolása. A valószínűség és a statisztika	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.

	törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Tételelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <p><i>Számтан, algebra</i></p> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.</li> <li>– A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.</li> <li>– Kerület, terület kiszámítása háromszögek, nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, kör, körcikk, körszelet esetén.</li> <li>– Felszín és térfogat kiszámítása hasáb, forgáshenger, gúla, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp esetén.</li> </ul> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A valószínűség matematikai fogalma.</li> <li>– A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.</li> <li>– Mintavétel és valószínűség.</li> <li>– A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.</li> </ul> <p><i>Összességében</i></p>
--	--



- |  |  |
|--|--|
|  | <ul style="list-style-type: none"><li>– A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.</li><li>– Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.</li><li>– Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.</li><li>– Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.</li><li>– Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.</li><li>– A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.</li><li>– A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.</li><li>– A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.</li><li>– A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.</li></ul> |
|--|--|

# 11. évfolyam

## emelt szint

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	13 óra
2. Számтан, algebra	35 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	21 óra
4. Geometria	82 óra
5. Valószínűség, statisztika	16 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret	49 óra
Az össz óraszám	216 óra

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási és megismerési módszerek</b>	<b>Órakeret 13 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása  <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszámok összege és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (skatulya-elv) konkrét példákon keresztül.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.  Példák a hétköznapiakból helyes	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.

	és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 35 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanencia-elv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például:	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.

exponenciális egyenletek.	befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés.  <i>Kémia:</i> pH-számítás.  <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai. Áttérés más alapú logaritmusra.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés.  <i>Kémia:</i> pH-számítás.  <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 21 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg, ctg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram.  <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$ , $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ .	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Az exponenciális függvények.	Permanencia-elv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.  <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek;</i> <i>földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság,

		demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.  A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.
Kamatokamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás).  A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása,

	megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	vállalkozások.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 82 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre.  <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása	



<p>Összefüggés a szög és a pótszöge, kiegészítő szöge, negatív szöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.</p>	<p>feladatok megoldásában.</p>	
<p>Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. A háromszög területe:</p> $t = \frac{ab \cdot \sin \gamma}{2}$ <p>Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.</p>	<p>A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.</p> <p>A háromszög területének kiszámítása különböző adatokból.</p>	<p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p>
<p>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.</p>	<p>A művelet újszerűségének felfedezése.</p> <p>A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.</p>	<p><i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.</p>
<p>Helyvektor.</p>	<p>Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.</p>	<p><i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.</p>
<p>Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Skaláris szorzat kiszámítása koordinátaiból. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.</p>	<p>A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.</p>	<p><i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).</p>

A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.
Vektor abszolútértéke koordinátákkal. Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása. Kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontjának és sugarának meghatározása	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn

	formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	(geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában. Elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatok megoldása koordinátageometriai eszközökkel.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata).  <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Síkidomok kerületének és területének számítása. Nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, kör körcikk, körszelet kerülete, területe.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengersizű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program).  <i>Kémia:</i> kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő pontthalmaz. Terület, felszín, térfogat.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 16 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői (átlag, medián, módusz, terjedelem), adathalmaz ábrázolása. Táblázatok	

	<p>kezelése.</p> <p>Eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.</p>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.</p>

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Adatok osztályba sorolása.</p> <p>Adathalmazok jellemzője: átlagos abszolút eltérés, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.</p>	<p>Adatok osztályba sorolásának, a gyakorisági diagram, relatív gyakoriság alkalmazása.</p> <p>A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése.</p> <p>Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése.</p> <p>Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.</p>	
<p>Véletlen esemény valószínűsége.</p> <p>A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.</p>	<p>A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.</p>	
<p>A valószínűség klasszikus modellje.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.</p>	<p>A modell és a valóság kapcsolata.</p>	
<p>Egyszerű valószínűség-számítási problémák.</p>	<p>Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek</p>	<p><i>Fizika:</i> az úrkutatás hatása</p>

	alkalmazása.	mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szórás. Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret 49 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A középiskolai matematika anyaga.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia</i> : logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.  <i>Informatika</i> : Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak

		<p>begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése.</p> <p>Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.</p>
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközzellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia: szillogizmusok.</i>
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási,</i>

		pénzügyi ismeretek.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás,	

	<p>periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban.</p> <p>Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.</p>	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
<p>Függvénytranszformációk:  <math>f(x)+c</math>, <math>f(x+c)</math>; <math>cf(x)</math>; <math>f(cx)</math>.</p> <p>Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.</p>	<p>Kapcsolat a matematika két területe között:  függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.</p>	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	<p>Függvények használata valós folyamatok elemzésében.</p> <p>Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.</p>	<p><i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; matematikai modellek.</i></p>
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		
<p>Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.</p> <p>Távolságok és szögek kiszámítása.</p>	<p>Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.</p>	
<p>Geometriai transzformációk.</p> <p>Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.</p>		
<p>Egybevágóság, hasonlóság.</p> <p>Szimmetriák.</p>	<p>Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.</p>	
<p>Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.</p> <p>A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei.</p> <p>Összefüggések a háromszög</p>	<p>Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.</p> <p>A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.</p>	



<p>oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.</p>		
<p>Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.</p>	<p>Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.</p>	
<p>Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.</p>		
<p>Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.</p>		
<p>Vektorok alkalmazásai.</p>		
<p>Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.</p>	<p>Geometria és algebra összekapcsolása.</p>	
<p><i>Valószínűség-számítás, statisztika</i></p>		
<p>Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.</p>	<p>Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű</p>

		címadás felismerése.
<p>Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.</p>	<p>A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek, logikai műveletek és események közötti műveletek összekapcsolása. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológiai-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.</p>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	<p>Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.</p>	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.</li> <li>– A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában.</li> <li>– Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.</li> <li>– Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.</li> <li>– A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.</li> <li>– A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.</li> <li>– A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani,.</li> <li>– A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.</li> </ul> <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.</li> <li>– A logaritmus fogalmának ismerete.</li> <li>– A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása</li> </ul>
--	--

konkrét esetekben probléma megoldása céljából.

- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

#### *Összefüggések, függvények, sorozatok*

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.

#### *Geometria*

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság és szög kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Kerület, terület kiszámítása háromszögek, nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, kör, körcikk, körszelet esetén.
- Felszín és térfogat kiszámítása hasáb, forgáshenger, gúla, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp esetén.

#### *Valószínűség, statisztika*

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.

- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.

*Összességében*

- A matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- Rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

# 12. évfolyam

## emelt szint

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	11 óra
2. Számelmélet, algebra	24 óra
3. Függvények, az analízis elemei	67 óra
4. Geometria, koordináta geometria, trigonometria	26 óra
5. Valószínűség-számítás, statisztika	11 óra
6. Rendszerező összefoglalás	37 óra
Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret	16 óra
Az össz óraszám	192 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 8 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Skatulya elv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráfhasználat feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p><i>Halmazműveletek tulajdonságai</i>  <i>De Morgan azonosságok</i>  <i>Halmazok számossága.</i>  <i>Halmazok ekvivalenciája.</i>  <i>Logikai szita</i>  <i>Végtelen és véges halmazok.</i>  <i>Megszámlálhatóan végtelen halmazok. (Egyszerűbb esetekben bizonyítandó, hogy egy halmaz megszámlálhatóan végtelen.)</i>  <i>Nem megszámlálhatóan végtelen halmazok.</i>  <i>Matematikatörténet: Cantor</i></p>		<p><i>Filozófia: Gondolati rendszerek felépítése.</i>  <i>Bizonyíthatóság.</i></p>
<p><b>Kombinatorika</b>  <i>Permutációk (ismétlés nélküli és ismétléses), variációk (ismétlés nélküli és ismétléses), kombinációk (ismétlés nélküli) kiszámítására</i></p>		

<p><i>vonatkozó képletek bizonyítása.</i>  <i>Pascal-háromszög és alapvető tulajdonságai.</i>  <i>Binomiális tétel.</i></p>		
<p>Gráfokról tanultak ismételése.  Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, foksám, , teljes gráf.  Gráfokra, éleikre, csúcsok foksámaira vonatkozó egyszerű tételek.  Gráfok alkalmazása leszámolásos feladatokban – rendszerező ismételés.  <i>Gráfelméleti alapfogalmak: többszörös él, hurokél, út, egyszerű gráf, összefüggő gráf, fagráf, kör.</i>  <i>Euler-vonal.</i>  <i>A fagráf pontjai és élei száma közötti összefüggés.</i>  <i>Matematikatörténet: Euler.</i></p>		<p><i>Biológia-egészségtan:</i>  genetika.</p>
<p><i>A matematika felépítése.</i>  <i>Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések.</i>  <i>Bizonyítási módszerek áttekintése.</i>  <i>Direkt, indirekt bizonyítás, skatulya elv, teljes indukció. Tételek megfordítása.</i></p>		<p><i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése.  Állítások igazolásának szükségessége.</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Halmazok számossága, binomiális tétel, Pascal-háromszög, bizonyítási módszerek. Egyszerű gráf, összetett gráf, fagráf, Euler-vonal.</p>	

<p><b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b></p>	<p><b>2. Számelmélet, algebra</b></p>	<p><b>Órakeret 12 óra</b></p>
<p><b>Előzetes tudás</b></p>	<p>Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus fogalma, azonosságai.  Nevezetes azonosságok ismerete. Számítani és mértani közepek és sorrendjük ismerete két változóra. Másodfokú és trigonometrikus függvények ismerete.  Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések. Trigonometrikus függvények.</p>	
<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése, az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalma. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedezése.  Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása. A modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal. A szélsőérték-problémához illő megoldási mód kiválasztása. Gyakorlat optimális megoldások keresésében.  A függvény szemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.</p>	
<p><b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b></p>		<p><b>Kapcsolódási pontok</b></p>
<p>Valós számokról tanultak rendszerezése.  A valós számkör felépítése</p>		

<p>Műveletek a matematikában.  Műveleti tulajdonságok.  Adott műveletekre zárt számhalmazok.  Relációk a matematikában és a mindennapi életben.</p>	
<p>Számelméleti ismeretek  Számelmélet alaptétele.  Végtelen sok prímszám van. (bizonyítás)  Összetett oszthatósági feladatok megoldása.  Természetes számok pozitív osztói számának meghatározása.</p> <p>Számrendszerek  Számok átírása 10-es alapú számrendszerből <math>n</math> alapú (<math>n \in \mathbb{N}, n \neq 9</math>) számrendszerbe és viszont.  <math>n</math> alapú (<math>n \in \mathbb{N}, n \neq 9</math>) számrendszerben felírt számok összeadása, kivonása.</p> <p>Racionális és irracionális számok  <math>\sqrt{2}</math> irracionális szám. (bizonyítás)  Meghatározni, hogy a <math>\sqrt{n}</math> (<math>n \in \mathbb{N}</math>) irracionális szám-e?  Tizedestört alakban megadott racionális szám közös nevezőre való alakba való meghatározása.</p>	
<p>Hatvány, gyök  A racionális kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismételése.  Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel.  Permanencia-elv.  Az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalma.  A hatványozás azonosságainak bizonyítása egész kitevő esetén.  A négyzetgyökvonás azonosságainak bizonyítása.  Feladatok a gyökvonás azonosságainak alkalmazására.</p>	<p>Technika, életvitel és gyakorlat:  kamatszámítás,  hitelfelvétel,  törlesztőrészlet-számítás.</p> <p>Fizika: radioaktivitás.</p>
<p>Betűkifejezések  Polinom fokszáma.  Polinom fokszám szerint rendezett alakja.  <math>a^n - b^n</math>, <math>a^{2n+1} + b^{2n+1}</math> kifejezések szorzattá alakítása.</p>	
<p>Egyenletek, egyenletrendszerek  Paraméteres elsőfokú egyenletek  Elsőfokú, háromismeretlenes egyenletrendszerek.  Másodfokú egyenlet megoldóképletének igazolása.  Gyökök és együtthatók közötti összefüggések igazolása.  Másodfokú paraméteres egyenletek  Másodfokúra visszavezethető egyenletrendszerek.  Összetett feladatok megoldása értelmezési tartomány, illetve értékkészlet, valamint szorzattá alakítással.  Két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek.  Összetett abszolútértékes egyenletek algebrai megoldása.</p>	
<p>Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek  Összetett egyenlőtlenségek és egyenlőtlenség-rendszerek megoldása.  Egyszerű négyzetgyökös egyenlőtlenségek megoldása.  Egyszerű abszolútértékes egyenlőtlenségek megoldása.</p>	

<p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.  Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.  Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.  <i>Összetett exponenciális egyenletek, egyenletrendszerek.</i>  <i>Egyszerű exponenciális egyenlőtlenségek megoldása.</i></p>	<p><i>Földrajz:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>
<p>Logaritmus  A logaritmus fogalma, a logaritmus azonosságainak ismételése.  Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál.  <i>A logaritmus azonosságainak (szorzat, hányados, hatvány) igazolása.</i>  <i>Más alapú logaritmusra való áttérés szabályának igazolása.</i>  <i>Matematikatörténet: Kepler</i></p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i>  zajszennyezés.   <i>Kémia:</i> pH-számítás.</p>
<p>Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek.  Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.  Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmusos egyenleteknél.  <i>Összetett logaritmusos egyenletek, egyenletrendszerek.</i>  <i>Egyszerű logaritmusos egyenlőtlenségek megoldása.</i></p>	
<p>Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.</p>	
<p>Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek.  <i>n</i> szám számított középértékei (számtani, mértani, négyzetes, harmonikus).  Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek  <math>\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}</math>, ha <math>a, b \in \mathbf{R}^+</math> tétel bizonyítása.  Számtani és mértani közép közötti összefüggés alkalmazása feladatok megoldásában.  Szélsőérték-feladatok megoldása.</p>	
<p>Trigonometrikus egyenletek.  <i>Szögfüggvényekre vonatkozó összefüggések, addíciós összefüggések alkalmazásával egyenletek, másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása.</i>  Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése.  <i>Trigonometrikus egyenlőtlenségek.</i>  <i>Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása.</i>  Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.</p>	<p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Számhalmazok. Számrendszerek. Racionális kitevőjű hatvány.  Négyzetgyök. n-edik gyök. Logaritmus. Szélsőérték hely, szélsőérték.  Nevezetes közepek. Trigonometrikus azonosság, egyenlet. Paraméteres egyenletek.</p>

<p><b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b></p>	<p><b>3. Függvények, az analízis elemei</b></p>	<p><b>Órakeret 22 óra</b></p>
<p><b>Előzetes tudás</b></p>	<p>Számtani sorozat, mértani sorozat fogalma, n-edik tagja, első n tag összege. Rekurzív sorozatok. Kamatos kamat.</p>	



	Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékkészlet. Függvények jellemzése: zérushely, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Területszámítás elemei. Cavalieri-elv. Hasáb, gúla, csonkagúla, kúp, csonkakúp, gömb felszíne és térfogata.
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása. Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése. Az integrálszámítás módszereivel találkozva a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. Áttekintő kép kialakítása a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	
<b>Kapcsolódási pontok</b>	
<p>A függvény</p> <p><i>Függvénytani alapfogalmak pontos definíciói.</i></p> <p><i>Függvények összege, különbsége, szorzata, hányadosa.</i></p> <p><i>Függvények leszűkítése, kiterjesztése.</i></p> <p><i>Inverzfüggvény fogalma.</i></p> <p><i>Összetett függvény fogalma, képzésének módja.</i></p> <p>Egyváltozós valós függvények</p> <p><i><math>f(x) = x^n</math> (<math>n \in \mathbb{N}^+</math>) függvény ábrázolása, jellemzése.</i></p> <p><i>Tanult függvényekből összetett függvény képzése.</i></p> <p><i>Függvénytranszformáció. (<math>c \cdot f(ax + b) + d</math>)</i></p> <p><i>Transzformált függvények jellemzése.</i></p> <p><i>Függvények jellemzése: korlátosság, konvexitás, konkavitás</i></p> <p><i>Másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok megoldása.</i></p>	
<p>Számtani és mértani sorozatok</p> <p><i>A számtani és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggések, valamint az összegképletek igazolása.</i></p> <p>Kamatos kamat</p> <p>Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása.</p> <p><i>Gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet kiszámítása.</i></p> <p>Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: lineáris és exponenciális folyamatok.</i></p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat: hitel – adósság – eladósodás.</i></p>
<p><i>Sorozatok jellemzése. (korlátosság, monotonitás)</i></p> <p><i>Sorozatok konvergenciája.</i></p> <p><i>A határérték szemléletes és pontos definíciói.</i></p> <p><i>Egyszerű sorozatokban a konvergens sorozat definíciójának alkalmazása.</i></p> <p><i>Műveletek konvergens sorozatokkal. (összeg, különbség, szorzat, hányados) Alkalmazása egyszerű sorozatokban.</i></p>	

<p>Konvergens és divergens sorozatok.</p> <p>Az <math>\sqrt[n]{a}</math>, <math>\sqrt[n]{n}</math> <math>\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n</math> sorozatok.</p> <p>Konvergens sorozatok tulajdonságai.</p> <p>Torlódási pont.</p> <p>Konvergens sorozatnak egy határértéke van.</p> <p>Minden konvergens sorozat korlátos.</p> <p>Monoton és korlátos sorozat konvergens.</p> <p>Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.</p>	
<p><i>Végtelen sorok.</i></p> <p><i>Végtelen sor konvergenciája, összege.</i></p> <p><i>Végtelen mértani sor.</i></p> <p>Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása.</p> <p><i>További példák konvergens sorokra.</i></p> <p>Teleszkópos összegek.</p> <p>Négyzetszámok reciprokainak összege.</p> <p>Példák nem konvergens sorokra.</p> <p>Harmonikus sor.</p>	
<p>Határérték, folytonosság</p> <p><i>Függvény határértéke.</i></p> <p><i>A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések.</i></p> <p><i>Függvények véges helyen vett véges; végtelenben vett véges és tágabb értelemben vett határértéke.</i></p> <p>A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata.</p> <p>A <math>\frac{\sin x}{x}</math> függvény vizsgálata, az <math>x = 0</math> helyen vett határértéke.</p>	<p><i>Informatika:</i> a határérték számítógépes becslése.</p> <p><i>Fizika:</i> felhasználás <math>\sin x</math>, illetve <math>\tan x</math> közelítésére kis szög esetében.</p>
<p><i>A függvények folytonossága.</i></p> <p><i>Példák folytonos és nem folytonos függvényekre.</i></p> <p><i>A folytonosság szemléletes fogalma.</i></p> <p>Intervallumon folytonos függvények.</p> <p>Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai.</p> <p>(Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)</p>	<p><i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.</p>
<p>Differenciálszámítás</p> <p>Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére.</p> <p>A függvénygörbe érintőjének iránytangense.</p> <p>A pillanatnyi sebesség meghatározása.</p>	<p><i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata.</p> <p>A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége.</p>
<p>A differenciálhatóság fogalma.</p> <p><i>A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados</i></p>	<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése,</p>

<p>(derivált), a deriváltfüggvény.  Példák nem differenciálható függvényekre is.  Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között.  Alapfüggvények deriváltja:  Konstans függvény, <math>(x^n)' = nx^{n-1}</math> (bizonyítás) trigonometrikus függvények deriváltja.  Műveletek differenciálható függvényekkel.  Függvény konstansszorzásának deriváltja, összeg-, különbség-, szorzat-, hányados-, egyszerű esetekben összetett függvény deriváltja.  Inverz függvény deriváltja.  Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.)  Magasabbrendű deriváltak.  Matematikatörténet: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.</p>	<p>sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.</p>
<p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata.  – Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény.  – Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték.  A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.  Középértéktételek.  Rolle- és Lagrange-tétel. (Szemléletes kép.)</p>	<p>Fizika: fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.</p>
<p>Konvexitás vizsgálata deriválással.  A konvexitás definíciója.  Inflexiós pont.  A második derivált és a konvexitás kapcsolata.</p>	
<p>Függvényvizsgálat differenciálszámítással.  Polinomfüggvények vizsgálata (monotonitás, szélsőérték, konvexitás)  Összevetés az elemi módszerekkel.</p>	
<p>Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása.  A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.</p>	<p>Fizika: Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.</p>
<p>Differenciálszámítás alkalmazása érintő egyenletének felírására.</p>	
<p>Integrálszámítás  Bevezető feladatok az integrál fogalmához.  Függvény grafikonja alatti terület.  A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület.  A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.</p>	
<p>Alsó és felső közelítő összegek.  Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása.  Közelítés véges összegekkel.  A határozott integrál szemléletes fogalma, jelölése.  Példa nem integrálható függvényre is.  Negatív függvény határozott integrálja.  A határozott integrál és a terület-előjeles terület.  Az integrál közelítő kiszámítása.  Matematikatörténet: Bernhard Riemann.</p>	<p>Informatika: számítógépes szoftver használata.</p>
<p>Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele.  Korlátos és monoton függvények integrálhatósága.  A határozott integrál tulajdonságai.</p>	<p>Fizika: A munka és a mozgási energia.  Elektromos feszültség</p>

		két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.
<p>Az integrál mint a felső határ függvénye.  <i>Integrálfüggvény.</i>  Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja.  Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között.  <i>A primitív függvény fogalma.</i>  A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>hatványfüggvény, polinomfüggvény,</i></li> <li>– <i>trigonometrikus függvények,</i></li> <li>– <i>exponenciális függvény, logaritmusfüggvény.</i></li> </ul> <p><i>A Newton-Leibniz-tétel.</i>  <i>Matematikatörténet:</i> Newton, Leibniz, Euler.</p>		
<p>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra.  <i>Két függvénygörbe közötti terület meghatározása.</i>  <i>Polinomfüggvények, illetve a szinusz és koszinusz függvény grafikonja alatti terület meghatározása.</i>  Forgástest térfogatának meghatározása.  Henger, kúp, csonkakúp, gömb, gömbszelet térfogata.</p>		<p><i>Fizika:</i> Potenciál, munkavégzés elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága.</p>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	<p>Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat. Gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet. Sorozatok korlátossága, monotonitása, konvergenciája. Végtelen mértani sor.  Inverzfüggvény. Függvénytranszformáció. Függvényfolytonosság, -határérték. Különbégi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Korláatos függvény. Konvex, konkáv függvény.  Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel.  Két függvénygörbe közötti terület.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria, koordináta geometria, trigonometria	Órakeret 18 óra
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések. Trigonometrikus függvények. Két vektor skaláris szorzata. Szinusztétel, koszinusztétel.  Koordináta rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek</p>	

	<p>megoldása. Vektor hossza, vektorok hajlásszöge. Szakasz osztópontjai. Egyenes jellemzői. Egyenes egyenletei. Egyenesek kölcsönös helyzete. Egyenesek hajlásszöge. Kör egyenlete, kör és egyenes kölcsönös helyzete.</p> <p>Hasáb, gúla, csonkagúla, kúp, csonkakúp, gömb felszíne és térfogata.</p>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedezése más tudományterületeken is.</p> <p>Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata. Áttekintő képet kialakítása a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.</p>
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	
	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Elemi geometria</p> <p>Tételekről tanultak rendszerezése.</p> <p><i>Kitérő egyenesek távolsága, hajlásszöge.</i></p> <p>Nevezetes pontthalmazok.</p> <p><i>Parabola fogalma.</i></p>	
<p>Geometriai transzformációk</p> <p><i>A geometriai transzformációk és a függvények közötti kapcsolat.</i></p> <p>Egybevágósági transzformációk</p> <p><i>Egybevágósági transzformáció fogalma.</i></p> <p><i>Síkidomok egybevágóságának fogalma.</i></p> <p><i>A sokszögek egybevágóságának feltételei.</i></p> <p><i>Pont körüli forgatás alkalmazása feladatokban.</i></p> <p><i>Térbeli egybevágósági transzformációk alkalmazása.</i></p> <p>Hasonlósági transzformációk</p> <p><i>Hasonlósági transzformáció fogalma.</i></p> <p><i>Párhuzamos szelők tételének és megfordításának alkalmazása.</i></p> <p><i>Feladatok a párhuzamos szelőszakaszok tételére.</i></p> <p><i>A belső szögfelező tétel igazolása, alkalmazása.</i></p> <p>Merőleges vetítés</p> <p><i>Merőleges vetítés fogalma.</i></p> <p><i>Feladatok a merőleges vetítés alkalmazására.</i></p>	
<p>Síkbeli és térbeli alakzatok</p> <p><i>A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek igazolása.</i></p> <p><i>Körülírt és beírt kör középpontja</i></p> <p><i>Magasságpont</i></p> <p><i>Súlypont</i></p> <p><i>Középvonal tulajdonságai</i></p> <p><i>Pitagorasz-tétel és megfordításának igazolása.</i></p> <p><i>Magasság- és befogótétel igazolása.</i></p> <p><i>Húrnégyszögek és érintőnéyszögek tételének és megfordításának igazolása. Alkalmazása feladatokban.</i></p> <p><i>Konvex sokszögek átlóinak számára, valamint a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek igazolása.</i></p>	

<p><i>A kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra tétel igazolása.</i></p> <p><i>Külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak tétel igazolása.</i></p> <p><i>Kerületi és középponti szögek tételének, valamint a kerületi szögek tételének igazolása.</i></p> <p><i>Látókör fogalma, alkalmazása feladatokban.</i></p> <p><i>Thalész-tétel és megfordításának igazolása.</i></p> <p><i>Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tételének igazolása.</i></p>	
<p>A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– a vektor fogalma,</li> <li>– vektorműveletek,</li> <li>– vektorfelbontás.</li> </ul> <p><i>Az egyértelmű vektorfelbontás tétele.</i></p> <p>A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik.</p> <p>A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p>	
<p>Két vektor skaláris szorzatáról tanultak rendszerező ismétlése:</p> <p>A skaláris szorzat tulajdonságai.</p> <p>A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban.</p> <p>Merőleges vektorok skaláris szorzata.</p> <p>Szükséges és elégséges feltétel.</p> <p><i>Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. (bizonyítás)</i></p> <p><i>Vektorok hajlásszögének meghatározása a koordináták segítségével.</i></p> <p>A skaláris szorzat és a Cauchy-egyenlőtlenség kapcsolata.</p>	<p><i>Fizika: munka, elektromosság.</i></p>
<p>A szögfüggvényekről tanultak rendszerező ismétlése.</p> <p>Szögfüggvények közötti összefüggések.</p> <p>Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.</p>	<p><i>Fizika: harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása.</i></p>
<p>Rendszerező ismétlés:</p> <p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével.</p> <p>A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével.</p> <p><i>Színusztétel, koszinusztétel.</i></p> <p><i>A tételek pontos kimondása, bizonyítása.</i></p> <p>Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel.</p> <p>Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata.</p> <p>Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is.</p> <p>Bizonyítási feladatok.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat: alakzatok adatainak meghatározása.</i></p> <p><i>Földrajz: távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS-helymeghatározás.</i></p>
<p>Szögfüggvények közötti összefüggések.</p> <p><i>Addíciós tételek:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– két szög összegének és különbségének szögfüggvényei,</li> <li>– egy szög kétszeresének szögfüggvényei,</li> </ul> <p>A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása.</p> <p>Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása.</p>	

Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel.	
<p>A Descartes-féle koordinátarendszer.  A helyvektor és a szabadvektor.  Rendszerező ismétlés:  Vektor abszolútértékének kiszámítása.  Két pont távolságának kiszámítása.  A Pitagorasz-tétel alkalmazása.  Szakasz osztópontjának koordinátái.  <i>Szakasz felezőpontja és harmadoló pontjaira koordinátáira vonatkozó összefüggés igazolása.</i>  <i>Szakasz <math>n:m</math> arányú osztópontjának meghatározása.</i>  <i>A háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggés igazolása.</i>  Elemi geometriai ismereteket alkalmazása, vektorok használata, koordináták számolása.</p>	<p><i>Informatika:</i>  számítógépes program használata.</p> <p><i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.</p>
<p>Az egyenes helyzetét jellemző adatok, egyenes egyenletei, egyenesek kölcsönös helyzete rendszerező ismétlése:  A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata.  Az egyenes egyenletei.  <i>Az egyenes egyenletének igazolása a síkban különböző kiindulási adatokból.</i>  Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.  Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata.  A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása.  Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele.  Két egyenes metszéspontja.  <i>Síkbeli egyenesek hajlásszögének meghatározása.</i>  Skaláris szorzat használata.</p>	<p><i>Fizika:</i> mérések értékelése.</p> <p><i>Informatika:</i>  számítógépes program használata.</p>
<p><i>A kör egyenletének igazolása.</i>  <i>A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolata.</i>  Kör és egyenes kölcsönös helyzete, a kör érintőjének (adott pontjába húzott) egyenlete – rendszerező ismétlése  <i>Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása.</i>  <i>Két kör metszéspontjainak meghatározása.</i>  <i>Külső pontból húzott érintő egyenletének meghatározása.</i>  Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.  A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.  Szerkeszthetőségi kérdések.</p>	<p><i>Informatika:</i>  számítógépes program használata.</p>
<p><i>A parabola tengelyponti egyenletének (<math>x^2 = 2py</math>) igazolása.</i>  A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes.  A parabola és a másodfokú függvény.  Teljes négyzetté kiegészítés.  <i>Feladatok a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákkal.</i>  A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete.  A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.</p>	<p><i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapiillantó tükör.</p>
<p>Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy a szerkesztés menetének követésével.</p>	<p><i>Informatika:</i> több feltétel együttes</p>

Mértani helyek keresése. Merőleges affinitással kapott mértani helyek. Ponthalmazok a koordinátásíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek.	vizsgálata.
A területszámítás alapelvei. <i>A háromszög területének kiszámítására használt képletek bizonyítása.</i> <i><math>A \cdot t = sr</math> (bizonyítása), <math>t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}</math> összefüggések alkalmazása.</i> <i>Nevezetes négyszögek és a szabályos sokszögek területképleteinek igazolása.</i> A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.)	
A felszín- és térfogatszámítás rendszerező ismételése. Hasáb, gúla, kúp, gömb <i>Csonkagúla, csonkakúp térfogatképletek igazolása.</i>	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Kitérő egyenesek. Térbeli egybevágósági transzformációk. Párhuzamos szelők tétele. Szögfelezőtétel. Merőleges vetítés. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Húrnégyszögek, érintőnégyyszögek. Kerületi és középponti szögek tétele. Látókör. Addíciós tételek. Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Egyenes, kör, parabola egyenlete. Két kör kölcsönös helyzete. Felszín, térfogat, forgástestek, csonkagúla, csonkakúp, gömb.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség-számítás, statisztika	Órakeret 10 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell. Statisztikai mintavétel.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
Statisztika rendszerező ismételése: Statisztikai mintavétel. (Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.) Adatok ábrázolása. Számsokaságok jellemzése: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Gyakorlati példák arra, hogy mikor melyik mutatóval célszerű jellemezni a számsokaságot. Átlagos abszolút eltérés, átlagos négyzetes eltérés. A medián és az átlag minimumtulajdonsága. Közvélemény-kutatás. Statisztikai évkönyv.		<i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.



Minőség-ellenőrzés.		
Eseményalgebra. Kapcsolat a halmazok és a logika műveleteivel. <i>Matematikatörténet: George Boole.</i>		
Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Klasszikus valószínűségi modell. <i>Események egyesítésének, metszetének, komplementerének valószínűsége.</i> Kizáró események, független események valószínűsége. <i>Feltételes valószínűség.</i> <i>Függetlenség, függőség fogalma.</i> Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján. <i>A binomiális eloszlás (visszatevésees modell) és a hipergeometriai eloszlás (visszatevés nélküli modell) alkalmazása.</i> <i>Geometriai valószínűség modelljének alkalmazása.</i> <i>Várható érték meghatározása a diszkrét egyenletes és a binomiális eloszlás esetén.</i> <i>Matematikatörténet: Pólya György</i>		<i>Informatika: véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</i>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valószínűség, kizáró esemény, független esemény. Binomiális eloszlás, hipergeometriai eloszlás. Feltételes valószínűség. Várható érték. Geometriai valószínűségi modell.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>6. Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret 34 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A 4 év matematika-tananyaga.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között. Elemzőkészség, kreativitás fejlesztése. Felkészítés a felsőfokú oktatásra.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<i>Gondolkodási módszerek</i> <i>Halmazok, matematikai logika</i> Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor. <i>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</i> Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel. Pascal háromszög. Elemi gráfelméleti ismeretek.		<i>Filozófia: gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.</i>

<p><i>Bizonyítási módszerek.</i></p>	
<p><i>Algebra és számelmélet</i>  <i>Műveletek kifejezésekkel</i>  Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok.  A hatványozás azonosságai.  Matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv.  Gyökös kifejezések átalakításai.  Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai.  <i>Számelmélet</i>  Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal.  Prímszámok.  Oszthatósági feladatok megoldása.  <i>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i>  Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.  Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.  Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek.  Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.  Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.  Polinomok algebrája.  Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i>  számítási feladatok megoldása.</p>
<p><i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i>  <i>Függvények</i>  A függvény fogalma.  Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények.  Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint.  Függvénytranszformációk.  Valós folyamatok elemzése függvénytani modellek szerint.  <i>Sorozatok, sorok</i>  A sorozat fogalma.  Számítani, mértani sorozat.  Rekurzióval megadott egyéb sorozatok.  Sorozatok monotonitása, konvergenciája.  A végtelen mértani sor.  <i>Analízis</i>  Függvények korlátossága és monotonitása.  Függvény határértéke, folytonossága.  Differenciálhányados, derivált függvény.  Differenciálási szabályok.  Függvényvizsgálat differenciálás segítségével.  Szélsőérték-meghatározási módok.  A tanult függvények primitív függvényei.  Integrálási módszerek.  A határozott integrál.  Newton–Leibniz-tétel.</p>	<p><i>Informatika:</i>  számítógépes programok használata függvények ábrázolására, vizsgálatára.</p> <p><i>Fizika:</i> Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.</p>

A határozott integrál alkalmazásai.	
<p><i>Geometria</i></p> <p><i>Geometriai alapfogalmak</i> Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge.</p> <p><i>Geometriai alakzatok, bizonyítások</i> Nevezetes pontthalmazok. Síkdomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek.</p> <p><i>Geometriai transzformációk</i> Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben.</p> <p><i>Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria</i> Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. Matematikai fogalmak fejlődésének követése. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Hegyesszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel. A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása. Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei. A parabola definíciója, egyenlete.</p> <p><i>Geometriai mértékek</i> A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik. A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai. A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai. Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.</p>	<p><i>Művészetek:</i> szimmetriák, arany metszés.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes geometriai programok használata.</p>
<p><i>Valószínűség számítás, statisztika</i> Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás. Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer. A matematika különböző területeinek összekapcsolása: Boole-algebra. Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása. Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. A valószínűség kiszámítási módjai. Feltételes valószínűség. Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján. Szerepük a mindennapi életben.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Fizika:</i> fizikai jelenségek valószínűség-számítási modellje.</p>

<p><b>A fejlesztés várt eredményei az emelt szintű 12. évfolyam végén</b></p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése.</li> <li>– A kombinatorikai problémák rendszerezése.</li> <li>– Bizonyítási módszerek áttekintése.</li> <li>– A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.</li> </ul> <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.</li> </ul>
---	---

- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
- Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.
- A számológép biztos használata.

#### *Függvények, az analízis elemei*

- Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
- Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
- A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.
- Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.

#### *Geometria*

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.
- Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
- Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

#### *Valószínűség, statisztika*

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.